

2000

# MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

Compétition interclasses de 3<sup>e</sup> et 2<sup>e</sup>

## Épreuve d'entraînement



ACADEMIE  
DE STRASBOURG

Organisée par l'IREM et l'Inspection Pédagogique Régionale

Coordination générale : Mathématiques sans Frontières

4, rue Jacques-Peirates - 67000 Strasbourg - Fax : + (33)(0)3 88 35 53 31

Avec le soutien de la Commission des Communautés Européennes



Crédit Mutuel  
La Bancassurance

DÉPARTEMENT



DU HAUT-RHIN

**Les exercices n°2, 3, 4, 6 et 8 ne nécessitent aucune justification.**

**Pour les autres, des explications sont demandées.**

**Toute solution, même partielle, sera examinée.**

**Le soin sera pris en compte.**

**Ne rendre qu'une feuille-réponse par exercice.**

## EXERCICE N°1

### Langue Vivante

10 points

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien (en un minimum de 30 mots)

### DEUX POIDS, DEUX MESURES

Antonio posee cuatro canicas, aparentemente idénticas, llamadas A, B, C, D. Tres de ellas tienen la misma masa y la cuarta tiene una masa diferente. No sabe si esta cuarta canica pesa mas o menos que los demas. Antonio solo tiene una balanza que permite comparar

masas y tiene que encontrar la canica diferente de las demas en solo dos pesadas.

### ¿Como tiene que proceder ?

Antonio ha 4 biglie d'aspetto identico, dette A, B, C e D. Tre hanno la stessa massa e la quarta ha una massa diferente. Non si sa se questa biglia è più pesante o più leggera delle altre.

Antonio ha una sola bilancia che permette di comparare delle masse e deve determinare la biglia che è differente delle altre in due pesate al massimo.

### Come deve procedere ?

Antoine has got 4 apparently identical marbles called A, B, C and D. 3 of them have a similar mass, and the fourth marble has got a different one. He doesn't know if this marble is heavier or lighter than the others.

Antoine has only got scales that enable him to compare masses and he has to determine which marble is different from the others in a maximum of 2 weighings.

### How does he have to proceed ?

Antoine hat vier Murmeln, die mit A, B, C und D bezeichnet sind, sonst aber völlig gleich aussehen. Drei dieser Murmeln haben die gleiche Masse. Die Masse der vierten Murmel unterscheidet sich von der Masse der anderen. Er weiß jedoch nicht, ob diese Murmel leichter oder schwerer als

die anderen ist.

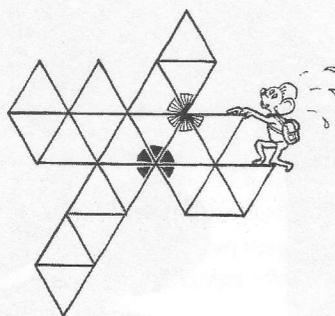
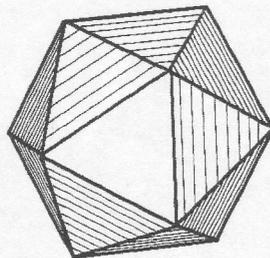
Antoine besitzt eine Balkenwaage, mit deren Hilfe er nur die Massen vergleichen kann. Mit höchstens zwei Wägungen kann er feststellen, welche der vier Murmeln sich von den anderen unterscheidet.

### Wie muss er dabei vorgehen ?

## EXERCICE N°2

5 points

### RÉUNION AU SOMMET



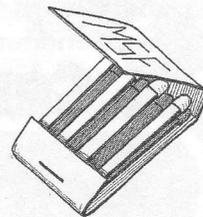
L'icosaèdre est un polyèdre régulier à 12 sommets et 20 faces qui sont des triangles équilatéraux.

**Reproduire le patron ci-dessus sur la feuille-réponse, puis, comme sur le patron, marquer de la même façon (couleur,...) les angles des triangles dont les sommets se confondent avec l'un des sommets de l'icosaèdre.**

## EXERCICE N°3

10 points

### TOPO LOGIQUE

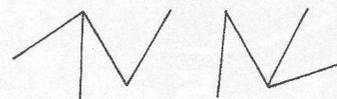


Avec un nombre donné d'allumettes on réalise sur une table des assemblages avec les règles suivantes :

\* Chaque allumette en touche au moins une autre par une extrémité.

\* Les contacts ne peuvent se faire qu'aux extrémités.

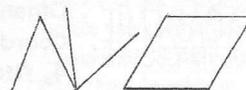
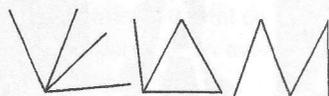
Deux assemblages sont considérés comme identiques si on peut passer de l'un à l'autre en déplaçant des allumettes sans les soulever et en gardant les contacts. Par exemple, voici deux assemblages identiques :



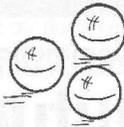
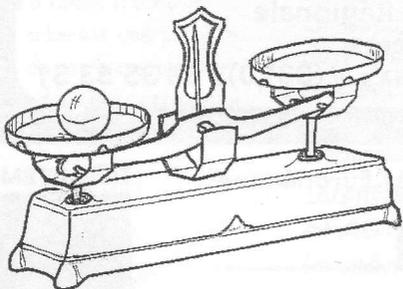
Ainsi, il n'y a que 3 façons d'assembler 3 allumettes :



Et 5 façons d'en assembler 4 :



**De combien de façons peut-on assembler 5 allumettes ? Réaliser les figures correspondantes.**



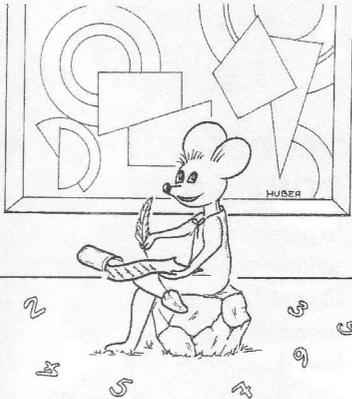
# PREUVE D'ENTRAÎNEMENT

## EXERCICE N°4

5 points

### ODI-MATH

On lui doit qu'il n'y a pas  
De fraction de carré égal  
à deux,  
Pour multiplier une table  
Plusieurs fois formidable  
Et un théorème par trop  
fameux  
Pour son nom vous  
n'hésitez pas.



Par  $(16/9)^2$   
en Egypte on m'approcha  
Puis la course des siècles fut  
Aussi celle à mes décimales :  
Plus d'un milliard au  
compteur aujourd'hui !  
Par bonheur vous m'écrirez  
autrement  
Moi l'aire du disque  
de rayon 1.

**De qui ou de quoi  
parle chacun de ces  
deux textes ?  
Ecrire sur le même  
principe un texte  
poétique en rapport  
avec les mathéma-  
tiques.**

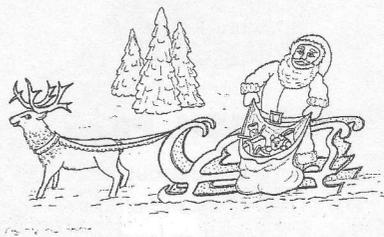
## EXERCICE N°5

10 points

### COURSE AUX ÉTRENNES



Grégoire et Juliette jouent  
avec les dates d'une même  
année. Celui qui commence  
donne le numéro d'un jour  
de janvier, par exemple le  
6 janvier. Ensuite, chaque  
joueur à son tour donne une  
date ultérieure mais en  
conservant soit le numéro du  
jour, soit le mois de la date



que vient de donner l'autre  
joueur.  
Par exemple, après  
le 6 janvier, il est possible  
de dire 10 janvier, 20 janvier  
ou 6 février, 6 avril,  
6 septembre...

Le vainqueur est le premier  
qui dit «31 décembre».

**Après quelques  
parties, Juliette  
affirme qu'il existe  
une stratégie qui  
permet de gagner à  
coup sûr. Expliquer  
cette stratégie.**

## EXERCICE N°6

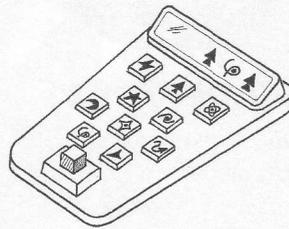
5 points

### CALCUBATRICE

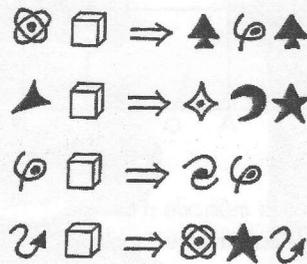
Sur la planète Xcyzq tout  
est de forme cubique.  
Les habitants utilisent le  
même système décimal que  
nous mais avec 10 symboles  
différents des nôtres.  
Ils ne connaissent que  
l'opération d'élevation  
au cube.

Ci-dessous est dessinée une  
de leurs calculatrices appelée  
calcubatrice.

Elle a 10 touches pour leurs  
chiffres et une onzième pour  
l'élevation au cube.



Voici 4 opérations faites avec  
cette calcubatrice :

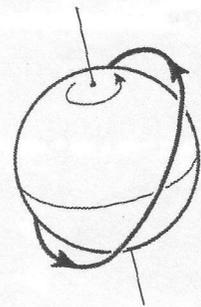


**Faire correspondre  
les symboles avec  
nos chiffres de 0 à 9.**

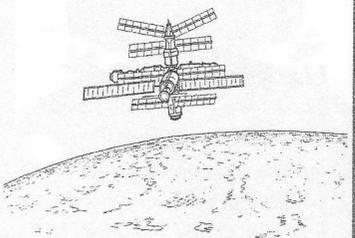
## EXERCICE N°7

10 points

### MIR

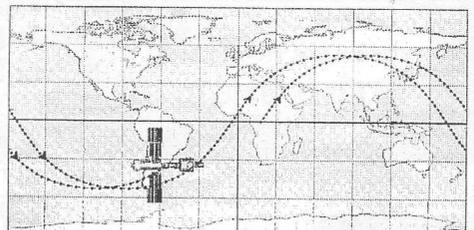


La station MIR tourne autour  
de la Terre sur une orbite  
quasi circulaire inclinée  
par rapport au plan de  
l'équateur.



Boris est surpris de découvrir  
en temps réel la trace de ce  
mouvement sur l'écran de son  
ordinateur : il est 10h23min  
à Paris et MIR se trouve  
au-dessus de Buenos Aires.  
MIR fait le tour de la Terre  
en 91 minutes : elle survole  
l'équateur toutes les 45  
minutes et demie. Les traces  
de ses passages successifs

HOUSTON 02:23:00      PARIS: 10:23:00      MOSCOW: 11:23:00



MIR REALTIME DATA

Latitude: 38.03 deg  
Longitude: -67.79 deg  
Altitude: 328.73 km  
Speed: 7704.38 mps

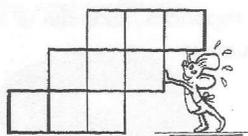
sont décalées à cause du mouvement de rotation de la Terre autour de son axe.

**Dessiner sur la feuille-réponse (carte ci-jointe) la suite de la trace de MIR jusqu'à ce qu'elle survole la France, puis donner une estimation de l'heure de passage au-dessus de Paris.**

## EXERCICE N°8

5 points

### NOMBRES GRILLÉS



Numéroter les neuf cases de 1 à 9 de façon que dans n'importe quelle ligne, colonne et diagonale, on n'ait jamais deux entiers consécutifs.

## EXERCICE N°9

10 points

### LES COLLES DES CUBES

Wczxop, habitant de la planète Xcyzq, dispose de cubes de 1 cm d'arête. Il colle le premier cube sur une planche par une de ses faces puis il prend un deuxième cube qu'il colle au premier par une de

ses faces, ce cube pouvant éventuellement être aussi collé sur la planche, et ainsi de suite : chaque nouveau cube est collé par une seule de ses faces à une face de l'un des cubes précédents, avec éventuellement une autre de ses faces collée sur la planche.

A la fin, Wczxop trouve 30 cm<sup>2</sup> pour l'aire extérieure de l'assemblage.

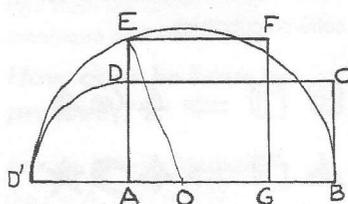
**De combien de cubes l'assemblage est-il formé ? Dessiner un tel assemblage sur la feuille-réponse. Justifier la réponse.**

## EXERCICE N°10

15 points

### QUADRATURE

«Quarrer un rectangle», c'est construire à la règle et au compas un carré de même aire.



Voici la méthode d'Euclide pour carrer le rectangle ABCD de longueur AB égale à x et de largeur AD égale à y. On rabat le segment [AD] sur la droite (AB) pour obtenir le segment [AD']. On construit le demi-cercle de diamètre [D'B] situé du côté de D. On construit le carré AGFE, E appartenant au demi-cercle. **Justifier que ABCD et AGFE ont la même aire.**

## EXERCICE N°11

SPECIAL SECONDE

5 points

### ARCHI-CONNU



Gravée sur la tombe d'Archimède, la figure ci-dessus illustre une propriété démontrée par lui.

**Enoncer cette propriété et la démontrer.**

(D'après le roman <Le Théorème du Perroquet> de Denis Guedj)

## EXERCICE N°12

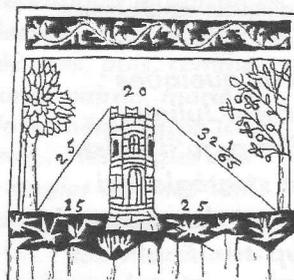
SPECIAL SECONDE

10 points

### À UN POIL PRÈS

Le document ci-dessous est extrait de "Compendion Del Abaqos", écrit en langue occitane par Frances Pelos en 1492.

Camille et David qui n'ont pas de calculatrice essayent de comprendre la valeur  $32 \frac{1}{65}$  proposée par Frances Pelos.



Camille : "C'est facile. Je sais calculer l'hypoténuse du triangle de droite."

David : " $32^2=1024$  et  $33^2=1089$  et il reste à passer de 1024 à 1025."

**Justifier l'affirmation de Camille et terminer la méthode commencée par David pour retrouver  $32 \frac{1}{65}$ .**

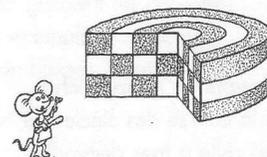
## EXERCICE N°13

SPECIAL SECONDE

15 points

### UN DESSERT POUR FINIR

Le gâteau de Mamie est superbe et plein de surprises. Quand on le coupe, on découvre qu'elle s'est donné bien du mal à le faire !



Il est formé de deux pâtes différentes : l'une est à la vanille et l'autre au chocolat. Il comprend trois étages de même hauteur. Le moule qui a permis de le faire est circulaire. Le damier qu'on obtient sur la tranche est constitué de 12 rectangles de mêmes dimensions. Il suffit de le regarder pour en avoir un avant-goût ! En comptant les rectangles blancs et les rectangles noirs, un de ses petits-fils, Gaston, s'exclame : "Tiens, on dirait que dans le gâteau il y a autant de vanille que de chocolat." **Gaston a-t-il raison ? Justifier la réponse.**