

# Mathématiques Sans Frontières



## Épreuve de découverte édition 2019

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

### Exercice 1 7 points

## Chapeau l'artiste

Mathématiques  
SANS  
Frontières

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Drei Clowns, Anatole, Michel und Thomas, haben drei rote Hüte und zwei grüne Hüte in ihrer Garderobe. Vor ihrem Auftritt muss jeder der drei Clowns einen Hut holen.

Die Clowns finden den Lichtschalter nicht und in der Garderobe ist es dunkel. Jeder nimmt zufällig einen Hut und setzt ihn auf. Sie gehen aus der Garderobe hinaus und treten auf.

Jeder Clown wird gefragt, ob er in der Lage ist, die Farbe seines Hutes zu erraten.

Anatole schaut die beiden anderen an und sagt: „Nein“.

Dann schaut Michel die beiden anderen an und sagt: „Nein“.

Zuletzt antwortet Thomas, der blind ist: „Ja“.

**Erklärt, wie der blinde Clown die Farbe seines Hutes bestimmen konnte. Welche Farbe hat sein Hut?**

Tres payasos, Anatole, Michel y Thomas, han dejado tres sombreros rojos y dos sombreros verdes en el camerino.

Antes de salir a escena, tienen que coger un sombrero cada uno.

Los payasos no encuentran el interruptor y el camerino está a oscuras. Cada uno coge un sombrero al azar y se lo pone en la cabeza. Salen del camerino y entran en escena.

Preguntamos a cada payaso si es capaz de adivinar el color de su sombrero.

Anatole mira los otros dos y dice “No”.

Luego Michel mira los otros dos y dice “No”.

Por fin Thomas, que es ciego, dice “Sí”.

**Explica cómo el payaso ciego ha podido adivinar el color de su sombrero. ¿Cuál es?**

Three clowns, Anatole, Michel and Thomas, keep three red hats and two green hats in their dressing-room. Before going on stage they each need to put on a hat.

The clowns cannot find the light switch and the dressing-room is in darkness. Each clown picks a hat at random and puts it on his head. They leave the dressing-room and go on stage.

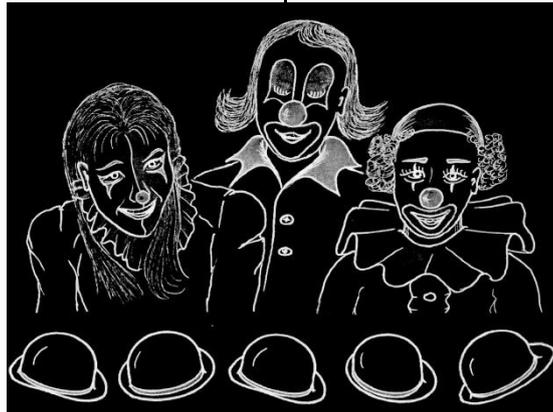
Each clown is asked if he can work out the colour of his hat.

Anatole looks at the two others and says “No”.

Then Michel looks at the two others and says “No”.

Finally Thomas, who is actually blind, replies “Yes”.

**Explain how this blind clown was able to work out the colour of his hat. What is it?**



Tre clown, Anatole, Michele e Tommaso hanno depositato in camerino tre cappelli rossi e due verdi. Prima di entrare in scena ognuno di loro deve recuperare un cappello.

I clown non trovano l'interruttore e il camerino è completamente al buio.

Tutti prendono un cappello a caso, se lo mettono, poi, escono dal camerino ed entrano sul palcoscenico.

Alla domanda se sono in grado d'indovinare il colore del proprio cappello,

Anatole guarda gli altri due e dichiara : « No ».

Michele, a sua volta, guarda gli altri due e dichiara : « No ».

Tommaso, infine, che è cieco risponde : « Sì ».

**Spiegate come il clown cieco abbia potuto determinare il colore del suo cappello. Qual è?**

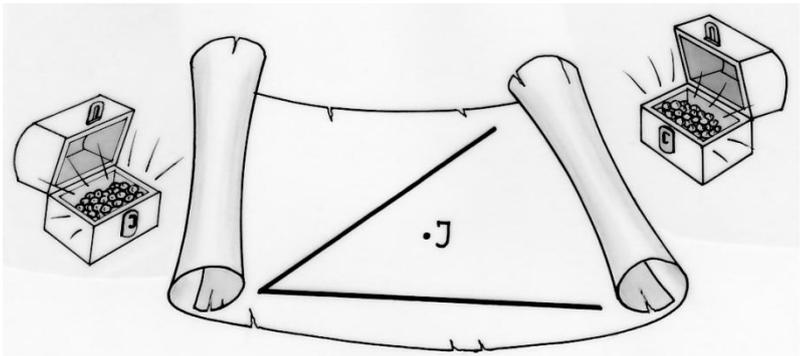
### Exercice 2 5 points

## Par Jupiter

Un trésor a été partagé en deux. Chaque moitié est enterrée dans une allée. On sait que la statue de Jupiter est au milieu des deux cachettes.

Sur le plan ci-contre les demi-droites représentent les allées et le point J représente la statue de Jupiter.

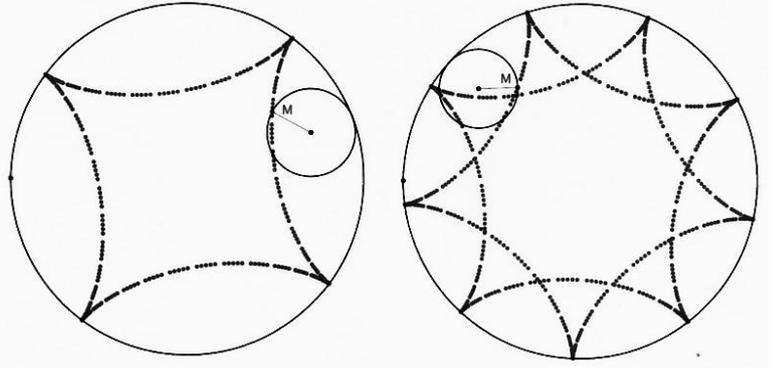
**Réaliser une construction géométrique qui donne les emplacements des deux cachettes. Expliquer.**



**Exercice 3**  
7 points

# Ça roule Raoul

Raoul a fait les dessins suivants avec un spirotrace.  
 Pour faire la première figure, il a utilisé un grand cercle de rayon 32 cm à l'intérieur duquel tourne un petit disque de rayon 8 cm. Ce mouvement se fait sans glissement, toujours en contact avec le grand cercle.  
 Sur le périmètre du petit disque est fixé un stylo qui laisse une trace.  
 Le petit disque tourne jusqu'à ce que le stylo revienne au début du tracé.  
 Pour le tracé complet, le stylo a été en contact avec le grand cercle en quatre points différents.  
 Pour la deuxième figure, Raoul a utilisé un grand cercle de rayon 36 cm et un disque de rayon 8 cm. Cette fois-ci, le stylo a été en contact avec le grand cercle en neuf points différents.



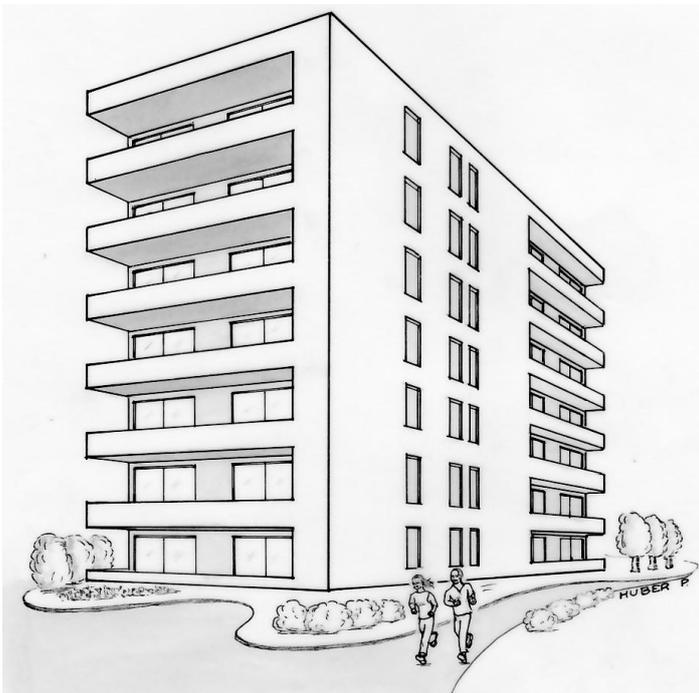
**Déterminer le nombre de points de contact si Raoul utilise un cercle de 30 cm de rayon et un disque de 9 cm de rayon. Expliquer.**

**Exercice 4**  
5 points

# Bon appart

Dans mon immeuble, les appartements sont numérotés dans l'ordre 1 ; 2 ; 3... ainsi de suite à partir du premier niveau en utilisant tous les nombres. Chaque niveau a le même nombre d'appartements.  
 J'habite au 5<sup>e</sup> niveau de l'immeuble dans l'appartement 65.

**Combien peut-il y avoir d'appartements par niveau ? Donner toutes les solutions.**



**Exercice 6**  
5 points

# Trous bien vus

Sur cette grille, les sommes par ligne et par colonne sont écrites dans les cases grisées. Pour remplir les cases blanches, seuls sont autorisés des nombres entiers de 1 à 9. Ils ne peuvent figurer qu'une seule fois dans chaque ligne et dans chaque colonne.

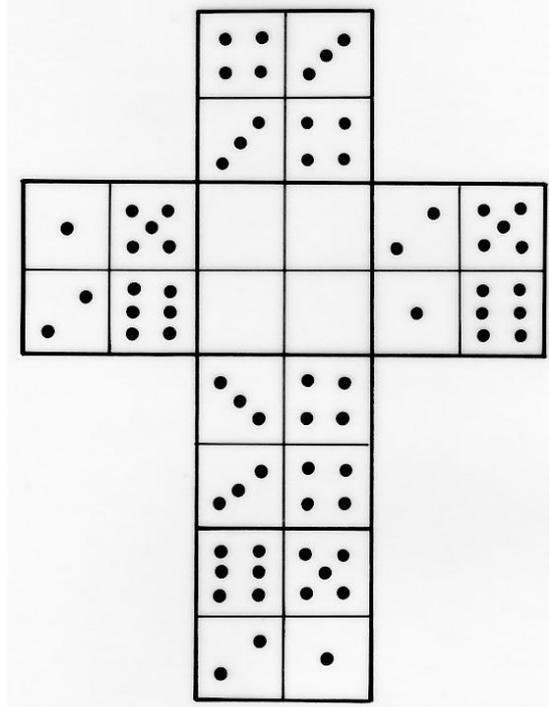
**Présenter une grille complétée.**

**Exercice 5**  
7 points

# Patron, l'addition

La somme des points de deux faces opposées d'un dé est toujours égale à 7.  
 L'assemblage de huit dés identiques forme un gros cube dont le patron incomplet est représenté ci-dessous.  
 La somme des points d'une face de ce gros cube est toujours égale à 14.

**Recopier et compléter le patron de ce gros cube.**



				13
				27
6	24	11	20	

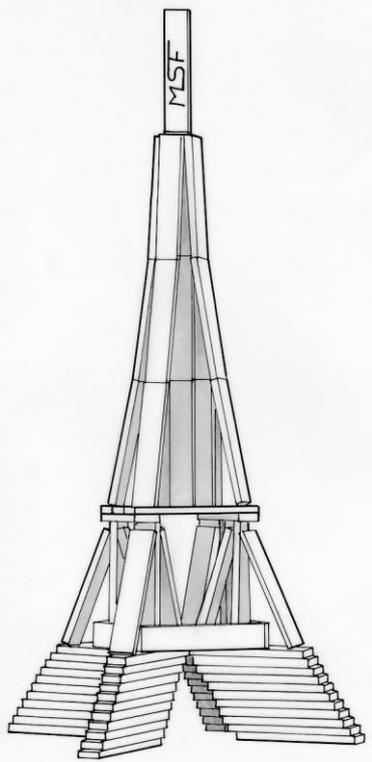
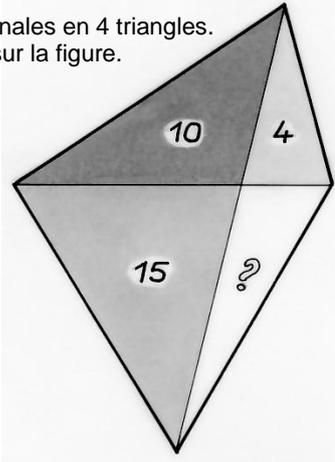


**Exercice 7**  
7 points

## Prends de la hauteur

Le quadrilatère ci-contre est partagé par ses diagonales en 4 triangles. Les aires en  $\text{cm}^2$  de trois triangles sont indiquées sur la figure.

Calculer l'aire totale du quadrilatère. Justifier.



**Exercice 8**  
5 points

## Range tout !

Les planchettes, toutes identiques, d'un jeu de construction sont des pavés droits dont les dimensions vérifient :

- la largeur est égale à 2 fois l'épaisseur ;
- la longueur est égale à 5 fois l'épaisseur.



On remplit complètement, sans laisser de vide, une boîte avec 48 planchettes. Cette boîte est un pavé droit dont les dimensions intérieures sont 8 cm, 16 cm et 30 cm.

Calculer les dimensions d'une planchette.

Donner deux dispositions différentes de rangement des 48 planchettes dans cette boîte.

**Exercice 9**  
7 points

## Près d'Émile

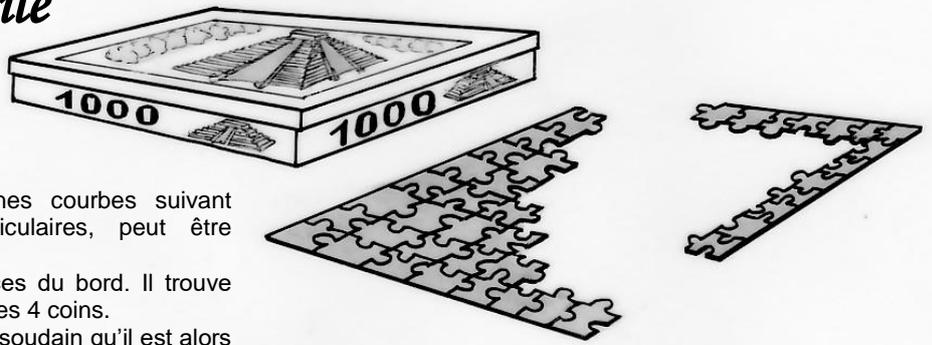
Émile veut faire un puzzle. Le couvercle de la boîte de ce puzzle présente son motif rectangulaire avec l'inscription : « 1000 pièces ».

La trame du puzzle, constituée de lignes courbes suivant grossièrement deux directions perpendiculaires, peut être considérée comme un quadrillage.

Émile met d'abord de côté toutes les pièces du bord. Il trouve exactement 124 pièces de bord, y compris les 4 coins.

En essayant de les assembler, Émile se dit soudain qu'il est alors impossible que ce puzzle compte exactement 1 000 pièces.

Quel peut être le nombre exact de pièces du puzzle d'Émile, sachant qu'il est proche de 1 000 ? Justifier.



**Exercice 10**  
10 points

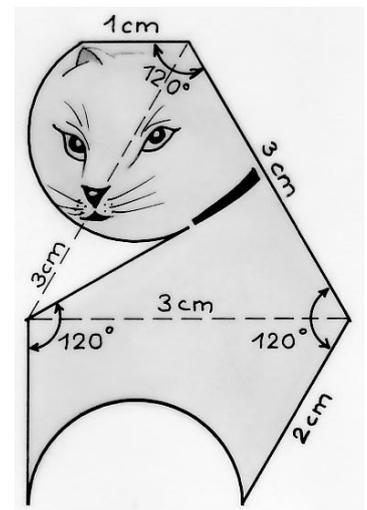
## Chat pave

Un artisan, créateur de jouets, commercialise un jeu contenant 60 pièces identiques permettant de réaliser un pavage.

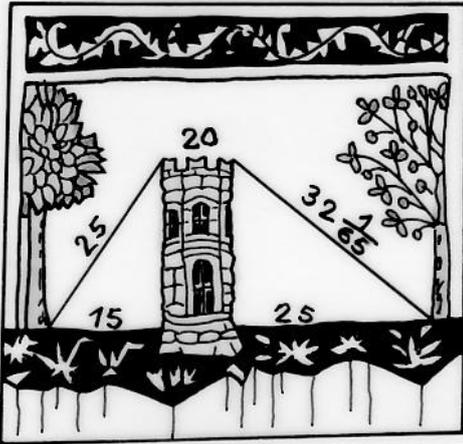
Les pièces sont rangées à plat dans une boîte en forme de pavé droit de 5 cm de hauteur et dont le fond a une largeur de 6 cm.

Chaque pièce a une épaisseur de 5 mm. Ci-contre la vue du dessus d'une pièce.

Dessiner la première couche au fond de la boîte.  
Calculer la longueur minimale de la boîte.



# SPECIAL SECONDE



## Exercice 11 5 points

### À un poil près

Le document ci-contre est extrait de « *Lo Compendion Del Abaco* », écrit en langue occitane par Frances Pelos en 1492.

Camille et David qui n'ont pas de calculatrice essayent de comprendre la valeur

$32\frac{1}{65}$  proposée par Frances Pelos.

Camille dit : « C'est facile. Je sais calculer l'hypoténuse du triangle de droite. »  
David répond : «  $32^2 = 1\ 024$  et  $33^2 = 1\ 089$  ; il reste à passer de  $1\ 024$  à  $1\ 025$  ».

**Justifier l'affirmation de Camille et terminer la méthode commencée par David pour retrouver  $32\frac{1}{65}$ .**

Précision :  $32\frac{1}{65}$  signifie  $32 + \frac{1}{65}$ .

## Exercice 12 7 points

### En voiture !

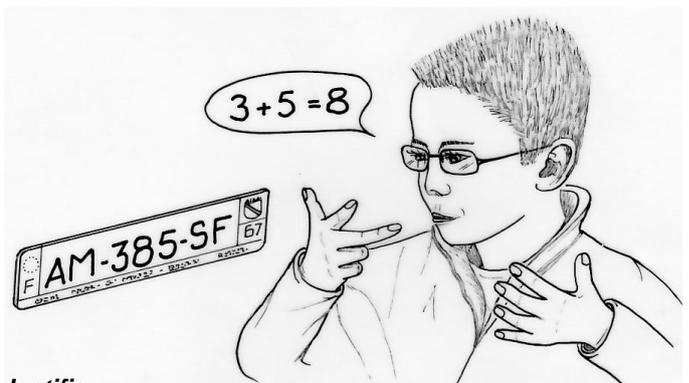
En France les voitures sont immatriculées avec 2 lettres, 3 chiffres et 2 lettres, comme « AB 038 CD ».

La combinaison « 000 » n'existe pas.

Pour occuper ses petits-enfants lors de longs trajets, Papy joue avec eux à partir des 3 chiffres de la voiture qui les précède :

- \* si les 3 chiffres sont consécutifs, même dans le désordre, alors Romane marque un point ;
- \* si la somme du 1<sup>er</sup> chiffre et du 3<sup>e</sup> chiffre est égale au chiffre du milieu alors Timothée marque un point.

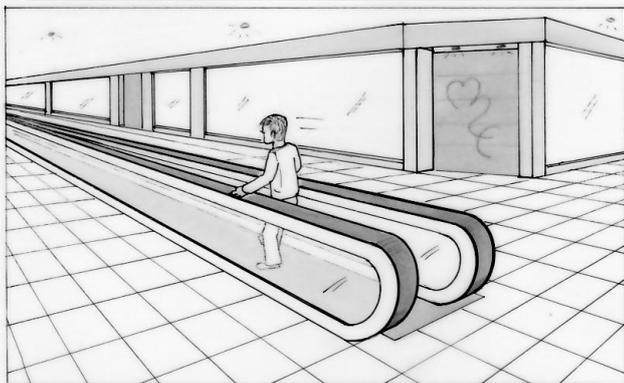
**Lequel des petits-enfants a le plus de chance de gagner ? Justifier.**



**Mathématiques**  
SANS  
Frontières

## Exercice 13 pour les secondes GT 10 points

### À pied



Pour traverser un centre commercial, Victorien emprunte un trottoir roulant, sur lequel il marche, de son pas habituel, pour gagner du temps. Il va ainsi d'une extrémité à l'autre de ce trottoir en 1 min 12 s.

Un jour, il fait l'expérience de remonter ce trottoir à contre-sens, en marchant toujours de son pas habituel. Il lui faut 6 min pour y parvenir.

Le lendemain, le trottoir roulant est en panne.

**Combien de temps Victorien met-il alors pour aller d'une extrémité du trottoir roulant à l'autre en se déplaçant, bien sûr de son pas habituel ? Justifier.**

## Exercice 13 pour les secondes Pro 10 points

### À led

Au sous-sol, Sabine veut équiper son local long de 7 m d'un éclairage. Elle désire y installer deux spots dont le faisceau conique a une ouverture de  $90^\circ$ , voir figure ci-contre.

Elle place le premier spot au plafond, en son centre. Ce spot est orienté de façon à éclairer au sol un disque de 5 m de diamètre.

Le deuxième spot est également placé au plafond. Son faisceau doit quant à lui éclairer la totalité de la longueur au sol du local sans en éclairer les murs.

Sabine veut connaître la distance qui sépare les deux spots. Elle se souvient d'une phrase entendue à l'école : « un triangle rectangle, c'est la moitié d'un rectangle. »

**Calculer la distance qui sépare ces deux spots.**

On pourra s'aider d'un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question posée.

