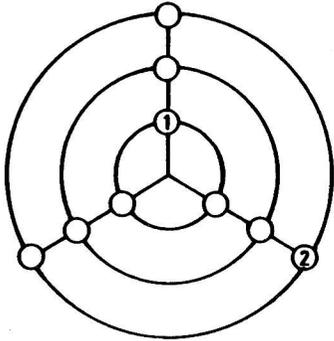


MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES 1990

EPREUVE D'ENTRAINEMENT
Décembre 1989

* Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice

Exercice 1 CIBLE MAGIQUE
5 points



Recopier la figure ci-contre puis la compléter avec les nombres entiers de 3 à 9 de façon que la somme obtenue sur chaque cercle et sur chaque rayon soit la même.

Exercice 2 TOM ET JERRY
10 points

Tom et Jerry se poursuivent. Ils arrivent en même temps à l'entrée d'un long tuyau. Jerry s'élance à l'intérieur du tuyau alors que Tom court au-dessus. Tom s'arrête de courir le tiers du temps pendant lequel Jerry continue, tandis que Jerry se repose le quart du temps pendant lequel Tom court.

Ils arrivent en même temps à la sortie du tuyau. La vitesse moyenne de Tom pendant qu'il a couru a été 99 u.s.i.a. (unités du système international animal).

Quelle a été la vitesse moyenne de la course de Jerry dans cette même unité ?

Exercice 3 LE POT DU LAITIER
5 points

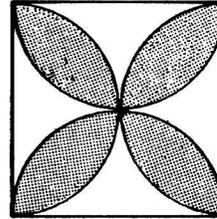


Un laitier dispose uniquement d'un bidon de 8l rempli de lait et de deux brocs, l'un de 5l, l'autre de 3l, vides tous les deux.

Aucun des trois récipients n'est gradué.

Comment doit-il s'y prendre pour mesurer exactement un litre de lait sans en perdre ?

Exercice 4 ROSACE A QUATRE FEUILLES
5 points



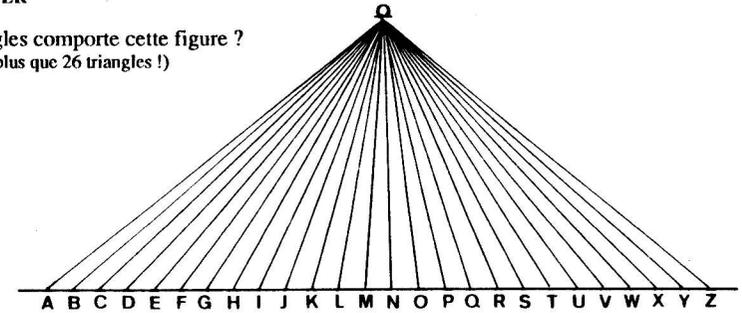
La rosace hachurée est obtenue à partir de quatre demi-cercles admettant les côtés du carré pour diamètres.

Comment doit-on choisir le carré pour que l'aire de la rosace soit 1dm² ?

Construire la figure dans ce cas.

Exercice 5 L'ART DE COMPTE
15 points

Combien de triangles comporte cette figure ?
(on trouve beaucoup plus que 26 triangles !)



Exercice 6 CE N'EST PAS AUSSI CHINOIS QUE ÇA EN A L'AIR !
10 points

Voici un exercice, son corrigé et la figure qui l'illustre extraits d'un livre chinois.

Imaginer et rédiger en anglais, en allemand ou en espagnol un énoncé correspondant à cet exercice.

ÉNONCÉ

例 已知 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两外切，它们的圆心距分别是 5cm、6cm、7cm，求这三个圆的半径。

SOLUTION

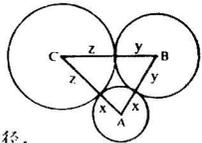
解 设 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径分别为 x 、 y 、 z ，因为 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两外切，于是有方程组

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + z = 6 \end{cases}$$

解之得：

$$x = 2, y = 3, z = 4.$$

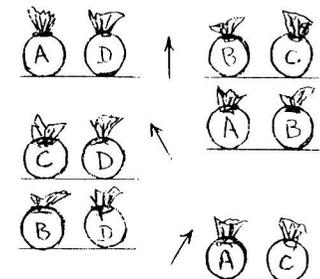
答 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径分别是 2cm、3cm、4cm.



Exercice 7 ELLE VAUT SON PESANT D'OR
5 points

Parmi les quatre bourses A,B,C,D une seulement, la plus lourde, contient des louis d'or.

Les trois pesées figurées ci-contre doivent permettre de la découvrir. Justifier la réponse.



Exercice 8 LA FACE CACHEE
5 points



Voici trois "photos" d'un même cube, mais placé différemment pour chaque vue.
Dessiner un patron de ce cube et préciser quelle lettre se trouve sur la face sur laquelle est posé le dé pour les vues 1 et 3.

Exercice 9 LES CALCULATRICES PRENNENT RACINES
15 points

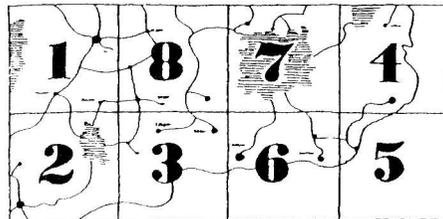
Pierre et Nicole ont à calculer le nombre suivant :

$$A = \sqrt{10^{16} - (10^8 - 2 \times 10^{-8})^2}$$

Pierre n'utilise que sa calculatrice. Il trouve : $A = 0$. Nicole fait d'abord quelques calculs à la main puis utilise sa machine. Elle trouve : $A = 2$. Le résultat de Nicole est meilleur que celui de Pierre.
Justifier cette affirmation.

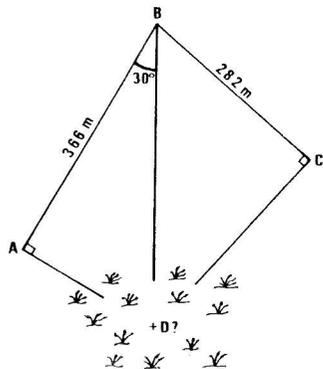
Exercice 10 LE DESSOUS DES CARTES
5 points

Voici une carte rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur. On peut la plier de différentes manières pour qu'elle ait la dimension d'un carré d'aire égale au huitième de l'aire du rectangle, mais il s'agit de le faire de façon que les carrés se superposent dans l'ordre des numéros 1,2,3,4,5,6,7,8. Il est interdit de déchirer ou de couper la carte, tout pli doit suivre les côtés des carrés, par contre il n'est pas toujours nécessaire de plier toutes les épaisseurs du papier en même temps.



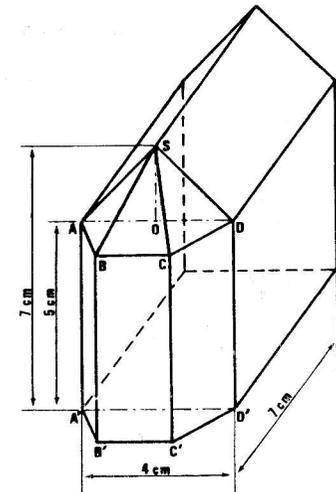
Pour répondre : découper un rectangle ayant les proportions de la carte, reproduire les numéros 1 à 8 en les plaçant comme sur le schéma ci-contre, recopier ces mêmes numéros au dos des carrés, réaliser le pliage demandé puis coller la carte pliée sur la feuille-réponse par sa face numéro 8.

Exercice 11 UN EXERCICE VASEUX
5 points



Voici un plan sommairement relevé par le géomètre Thalide. Il veut mesurer les distances AD et DC. Malheureusement, le piquet qui se trouve en D est en plein marécage !
Pour lui éviter d'y aller, calculer pour lui ces distances et dessiner un plan au 1/5000e.

Exercice 12 UNE MAISON DE POUPEE
10 points



Alice veut reproduire la maison de poupée représentée ci-contre.
Construire en un seul morceau un patron des murs et du toit. Le coller sur la feuille réponse n° 12.

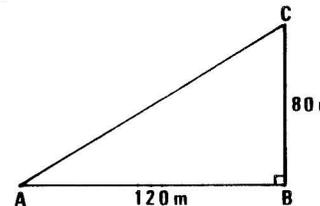
Précisions : La partie avant a la forme d'un prisme droit ABCDA'B'C'D' surmonté de la pyramide SABCD. Les bases du prisme sont des moitiés d'hexagones réguliers, la hauteur de la pyramide est SO (O milieu de [AD]).

SPECIAL SECONDE

Exercice 13 RETOUR A LA CASE DEPART !
5 points

Prendre un nombre de trois chiffres. Former le nombre N de six chiffres obtenu en écrivant deux fois ce nombre côte à côte. Par exemple avec 637, N est égal à 637 637.
Diviser N par 13, le quotient obtenu par 11 et enfin le nouveau quotient obtenu par 7. Faire plusieurs essais. Que constate-t-on ? Justifier.

Exercice 14 ÇA M'EST EGAL !
10 points



On veut partager un terrain triangulaire ABC rectangle en B en deux parties d'aires égales.

1. Ce partage est effectué selon une droite (AM). Situer M sur [BC].
2. Ce partage est effectué selon une droite (ST) parallèle à (AB). Situer S sur [BC].
3. Faire un dessin dans chaque cas à l'échelle $\frac{1}{1000}$.

Exercice 15 A LA RECHERCHE DES POURCENTAGES PERDUS
15 points

En bon client d'un magasin, Vincent dispose d'une carte de fidélité qui lui donne droit à une réduction systématique sur tous les articles.
Comme le magasin fête son anniversaire, il bénéficie d'une deuxième remise sur le prix réduit.
Ainsi, pour acheter une calculatrice marquée à 345 F, il ne paie que 301,53 F.
Une fois rentré chez lui, il ne se souvient plus des pourcentages des deux réductions successives. Mais il est sûr qu'ils étaient entiers et inférieurs à 10.
Aidez-le à retrouver ces deux pourcentages.