

ALSACE - 1991  
COMPÉTITION  
INTERCLASSES  
3<sup>e</sup> ET 2<sup>de</sup>

# MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES



ORGANISEE PAR IREM ET  
L'INSPECTION PEDAGOGIQUE REGIONALE,  
SOUS LE HAUTE PATRONAGE DU RECTEUR  
DE L'ACADEMIE DE STRASBOURG

AVEC LE CONCOURS DU  
**Crédit Mutuel**  
une banque à qui parler

# EPREUVE DU

Toute solution, même partielle, sera examinée. Le soin sera pris en compte.  
Ne prendre qu'une seule feuille réponse par exercice.

## EXERCICE 1 15 POINTS

### UN TRAVAIL D'ORFEVRE

Rédiger en allemand, espagnol ou anglais la solution de cet exercice.

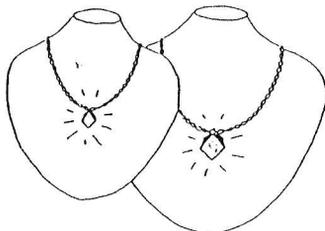
Ein Juwelier fertigt zwei Anhänger aus vergoldetem Silber an. Dazu nimmt er zwei Würfel aus reinem Silber. Der eine wiegt 8 g, der andere 27 g. Er überzieht beide mit einem gleich feinen Goldblatt.

Um den kleineren Würfel zu vergolden, braucht er 52 mg Gold. Wieviel Gold braucht er, um den größeren mit einer ebenso feinen Goldschicht zu überziehen. Begründe das Ergebnis!

Un joyero fabrica dos pequeñas joyas de plata sobredorada. Para ello, toma dos cubos llenos de plata, uno de 8 g, otro de 27 g. Los cubre con una fina película de oro de espesor constante.

Para enchapar el más pequeño, utiliza 52 mg de oro. Calcular cuánto oro le será necesario para poner un enchapado del mismo espesor sobre el más grande. Justificar.

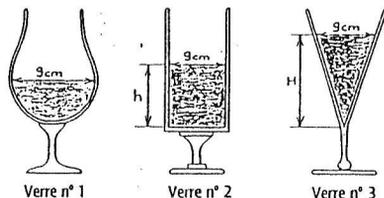
A Jeweller makes two vermeil pendants. To that effect, he takes two solid silver cubes, one weighing 8 g, the other 27 g. He covers them with a thin layer of gold of even thickness. To plate the smallest cube, he uses 52 mg gold. Calculate how much gold he will need to put a coat of the same thickness on the biggest cube. Justify your answer.



## EXERCICE 2 5 POINTS

### UN VERRE ÇA VA... TROIS VERRES...

Les trois verres contiennent tous la même quantité de jus d'orange. La partie remplie du premier verre a la forme d'une demi-sphère. Le deuxième verre a la forme d'un cylindre de révolution et le troisième verre a la forme d'un cône de révolution. Dans chacun des trois verres le diamètre de la surface libre du liquide est 9 cm. Calculer les hauteurs  $h$  et  $H$  atteintes par le liquide dans les verres n° 2 et 3.

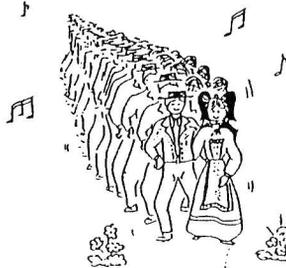


## EXERCICE 3 5 POINTS

### EXERCICE FOLKLORIQUE

Au début d'un spectacle de danses folkloriques il y a trois fois plus de danseurs que de danseuses. Après le départ de 8 couples, il reste sur scène cinq fois plus de garçons que de filles.

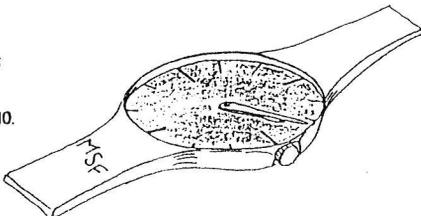
Combien y avait-il de danseurs et de danseuses au début du spectacle? On ne demande pas de justification.



## EXERCICE 4 15 POINTS

### MIDI A QUATORZE HEURES

Dans combien de positions différentes les aiguilles des heures et des minutes d'une montre se superposent-elles? La compétition "Mathématiques Sans Frontières" vient de commencer depuis environ 10 minutes. Il est à peu près 14 h 10. "Tiens, les deux aiguilles de ma montre sont exactement superposées, comme à midi." Quelle heure est-il, à la seconde près? Expliquer le calcul.



**EXERCICE 5  
5 POINTS**

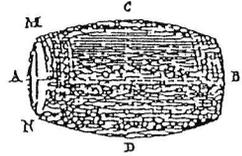
## UNE VIEILLE RECETTE

Dans un manuel édité en 1865 on lit :

**611. Problème. Calculer la capacité d'un tonneau.**  
On sait qu'un tonneau est une capacité formée par diverses planchettes de bois, appelées *douves*, dont les extrémités sont maintenues par des cercles de bois ou de fer et portent ce qu'on nomme les *deux fonds* du tonneau. Les douves sont plus ou moins renflées vers leur milieu ; ce renflement s'appelle le *bouge* du tonneau ; or, on nomme *diamètre du bouge* le plus grand diamètre CD, qui correspond, au milieu du tonneau, à une ouverture circulaire C, appelée la *bonde*, par laquelle le tonneau est rempli.

Cela posé, voici comment on calcule la capacité d'un tonneau :  
1° *doublez le diamètre du bouge CD*, et à ce *double diamètre ajoutez le diamètre des fonds MN* ; 2° *divisez la somme obtenue par 6 et faites le carré du quotient* ; 3° *multipliez ce carré par le facteur 3,1416* ; 4° *enfin, multipliez ce dernier produit par la longueur intérieure AB du tonneau.*

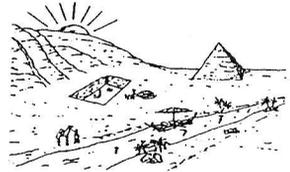
Appliquer la règle précédente pour un tonneau dont la longueur intérieure  $AB = 1,30$  m, le diamètre du bouge  $CD = 0,93$  m et le diamètre moyen des fonds  $MN = 0,78$  m. Exprimer le résultat en mètres cubes. En déduire la contenance du tonneau à 1 litre près.



**EXERCICE 6  
5 POINTS**

## LE SECRET DE LA PYRAMIDE

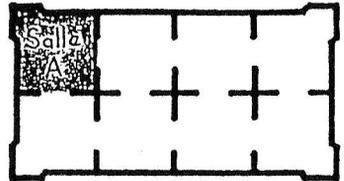
La pyramide de Khéops a une base carrée de côté 227 m et une hauteur de 138 m. Les matériaux qui remplissent complètement la pyramide ont été extraits d'une fosse. Cette fosse a la forme d'un parallélépipède rectangle dont la base a pour dimensions 250 m et 150 m. Quelle est la profondeur de cette fosse ?



**EXERCICE 7  
5 POINTS**

## UNE VISITE ORGANISEE

Pour visiter un musée, un touriste part de la salle A et veut passer dans chacune des salles une seule fois. Reproduire le plan ci-contre et colorier, sans justifier, toutes les salles où le touriste peut terminer sa visite.



**EXERCICE 8  
10 POINTS**

## ACCOLER ET COLLER

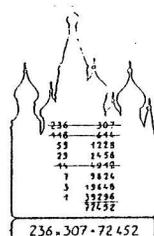
Découper dans du papier 20 triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 6 cm. On peut disposer ces triangles de telle manière qu'ils forment un carré. Quel est le côté de ce carré ? Justifier le calcul. Faire le puzzle et coller le carré sur la feuille réponse.



**EXERCICE 9  
10 POINTS**

## MULTIPLICATION A LA RUSSE

Il y a bien longtemps déjà, void comment on calculait  $236 \times 307$ .  
Disposer de la même manière la multiplication de 248 par 527.



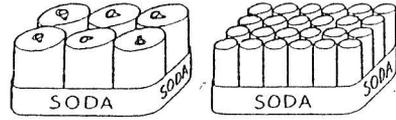
**EXERCICE 10**  
10 POINTS

## AU CHOIX !

Dans un supermarché on a le choix entre deux présentations d'un même soda.

Il y a des cartons de 2 rangées de 3 boîtes cylindriques de 10 cm de diamètre, et des cartons de 4 rangées de 6 boîtes cylindriques de 5 cm de diamètre, de même hauteur que les premières.

Dans quel type de carton y a-t-il le plus de soda ? Justifier la réponse.

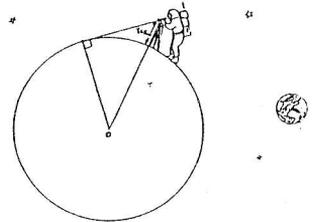
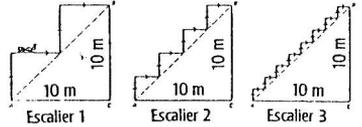


**EXERCICE 11**  
5 POINTS

## L'ARTISTE ET LA FOURMI

Un artiste a construit un monument composé de 10 escaliers. La conception de son œuvre est simple : pour passer d'un escalier à l'escalier suivant, il a remplacé chaque marche par deux marches de dimensions moitié comme le montrent les plans des trois premiers escaliers.

Une fourmi escalade le dixième escalier en suivant les flèches de A jusqu'à B. Quelle est la longueur du trajet parcouru ? Expliquer.



**EXERCICE 12**  
5 POINTS

## RAYON DE LUNE

Un astronaute en mission sur la Lune a posé son vaisseau spatial dans une grande plaine, la Mer de la Tranquillité. Debout sur le sol, il mesure à l'aide d'un rayon laser la distance qui le sépare de la pierre la plus lointaine qu'il puisse apercevoir à l'horizon. Il trouve 2395 mètres. L'instrument est posé à 1,65 m du sol. Calculer le rayon de la Lune à 1 km près.

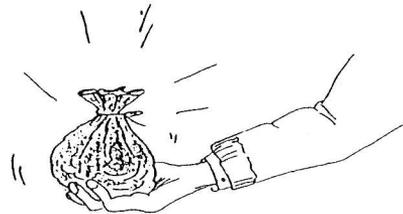
# SPECIAL SECONDE

**EXERCICE 13**  
5 POINTS

## DEVINEZ C'EST GAGNE

Jean a 82 écus dans sa bourse. Il dit à son ami Paul : "tu peux gagner tous les écus de ma bourse, pour cela il te faudra résoudre l'énigme suivante : Je pense un nombre entier.

Si je le donnais 5 fois ce nombre d'écus, il m'en resterait au moins 15. Si par contre, j'ajoutais 4 fois ce nombre d'écus au 82 que je possédais au départ, j'en aurais au moins 132. Devine ce nombre entier et la bourse est à toi." Paul a gagné. Expliquer son raisonnement.



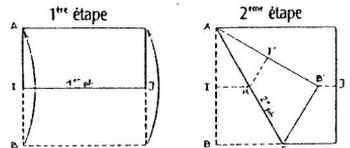
**EXERCICE 14**  
10 POINTS

## MISE EN PLI

Void un programme de pliage en deux étapes.

En partant d'une feuille rectangulaire, exécuter ce pliage puis coller le carré sur la feuille réponse.

Ce pliage fait apparaître plusieurs angles qui semblent avoir 60°. Choisir l'un d'entre eux et démontrer qu'il a bien 60°.



Amener B sur le segment [IJ]

**EXERCICE 15**  
15 POINTS

## VRAI FAUX CARRE

Construire un triangle équilatéral ABC de 16 cm de côté. Marquer P et Q milieux de [AB] et de [BC].

Placer sur le segment [AC] les points R et S tels que AR = SC = 4 cm.

Tracer le segment [RQ].

Construire M et N, projections orthogonales de P et S sur (RQ).

Tracer les segments [PM] et [SN].

Le triangle ABC est alors partagé en quatre parties.

Les découper, puis les assembler de façon à former un rectangle. Le coller sur la feuille réponse.

Est-ce un carré ? Pour le savoir, calculer les dimensions du rectangle en justifiant.

