

Institut de Recherche de  
l'Enseignement des  
Mathématiques  
Inspection Pédagogique  
Régionale de Mathématiques  
6, rue de la Toussaint  
67081 Strasbourg Cedex

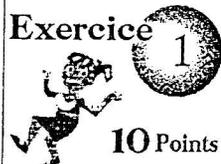
# Mathématiques sans Frontières

Compétition  
interclasses  
de 3<sup>e</sup> et 2<sup>nd</sup>e



Epreuve du  
17 mars 1994

- Toute solution, même partielle, sera examinée.
- Le soin sera pris en compte.
- Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice.



## Loto bus

Rédiger la solution de cet exercice en  
allemand, anglais, italien ou espagnol.

Um zur Universität zu fahren, kann Sylvie einen Autobus der Linie 3 oder einen Bus der Linie 7 benutzen.

Bei beiden Linien kommt alle 15 Minuten ein Bus. Die Busse der Linie 3 fahren jedoch stets 5 Minuten später als die Busse der Linie 7.

Sylvie fährt oft und zu sehr unterschiedlichen Zeiten zur Universität. Sie nimmt stets den ersten Bus, der vorbeikommt.

Welche Linie benutzt Sylvie am häufigsten? Erläutere die Antwort.

\*\*\*\*\*

To get to University, Sylvia can take bus n° 3 or bus n° 7.

A bus runs every 15 minutes on each bus route. Buses n° 3 always leave 5 minutes after buses n° 7.

Sylvia often goes to University, at very different times and she always catches the first bus that comes by.

Which is the bus route Sylvia uses most frequently? Explain your answer.

\*\*\*\*\*

Par raggiungere l'Università Silvia ha a disposizione due autobus, il n. 3 e il n. 7.

In ogni linea gli autobus transitano ogni 15 minuti; gli autobus della linea 3 partono sempre 5 minuti dopo quelli della linea 7.

Silvia si reca spesso all'Università in momenti della giornata diversi e sale sempre sul primo autobus che passa.

Quale linea Silvia utilizza più frequentemente?

Si illustri la risposta.

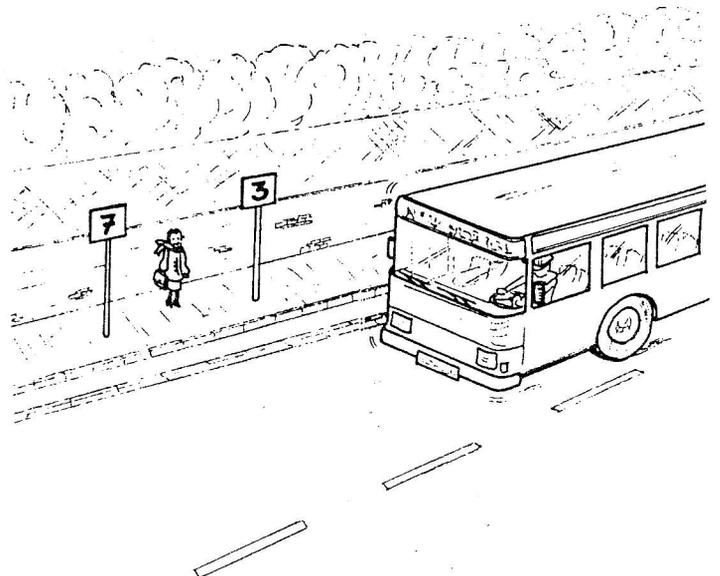
Para ir a la Universidad, Silvia puede tomar un autobús de la línea número 3 o un autobús de la línea número 7.

En cada línea, un autobús pasa todos los 15 minutos. Los autobuses de la línea número 3 salen siempre minutos después de los de la línea número 7.

Silvia suele ir a la Universidad a horas diferentes y toma siempre el primer autobús que pasa.

¿Cuál es la línea de autobús que toma más a menudo Silvia?

Explicar la respuesta.

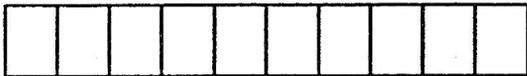


**Exercice 2**  
5 Points

**Equilibre précaire**

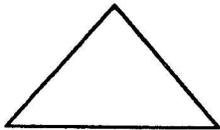
Tracer une grille de dix cases comme celle représentée ci-dessous. Placer un chiffre dans chaque case de cette grille de sorte

- qu'à la fin de l'opération, on puisse lire, de gauche à droite:
- dans la première case, le nombre de 1 placés dans la grille,
  - dans la deuxième case, le nombre de 2 placés dans la grille,
  - ... et ainsi de suite jusqu'à
  - la neuvième case où l'on lira le nombre de 9 placés,
- et enfin,
- dans la dixième case, le nombre de zéros placés dans la grille.



**Exercice 3**  
10 Points

**2 chiffres pour 3 angles**



"Oh, regarde ce triangle isocèle: les mesures en degrés de ses angles sont des nombres entiers. De plus, il me suffit de deux chiffres pour écrire les mesures de ses trois angles."

Trouver tous les triangles isocèles qui vérifient cette propriété.

**Exercice 4**  
10 Points

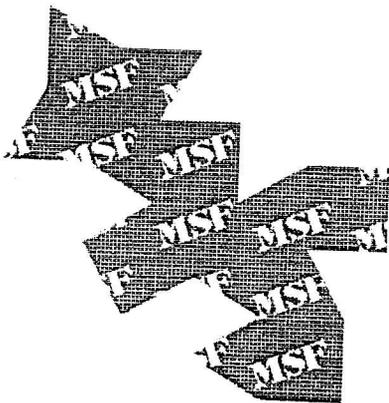
**Arc-en-ciel**

La figure ci-dessous est le patron d'un cube-octaèdre: il s'agit d'un solide dont les quatorze faces sont des carrés ou des triangles équilatéraux.

Réaliser un cube-octaèdre d'arête 4 cm.

Reproduire ensuite le patron de ce solide sur la feuille-réponse en coloriant les faces de façon que:

- celles qui sont **parallèles** après assemblage soient de la **même couleur** sur le patron;
- celles qui ne sont **pas parallèles** après assemblage soient de **couleurs différentes** sur le patron.



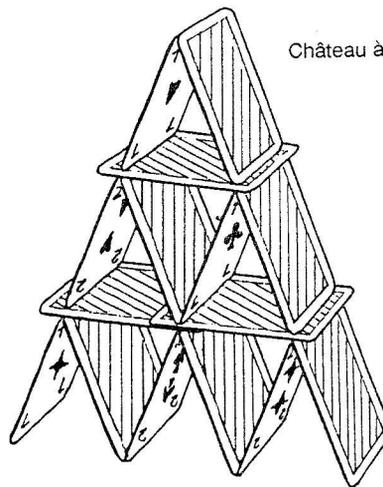
**Exercice 5**  
5 Points

**Châteaux de cartes**

Victor est un garçon patient et méticuleux. Il s'applique à construire des châteaux de cartes suivant le modèle ci-dessous.

Victor aimerait construire un grand château utilisant toutes ses cartes. Hélas, son édifice s'effondre toujours bien avant qu'il ne soit achevé. Pourtant Victor a calculé que ses cinq jeux de 52 cartes lui suffiraient exactement pour réaliser son audacieux projet.

Quel est le nombre d'étages du château dont rêve Victor?



Château à 3 étages

**Exercice 6**  
5 Points

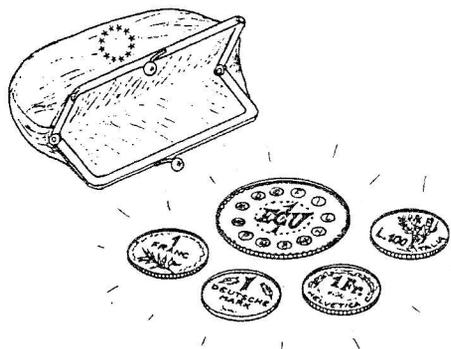
**Serpent monétaire**

- Pour acheter 14 Francs français, les Allemands payent 4 Deutsche Mark.
- Pour acheter 3 Deutsche Mark, les Italiens payent 2 920 Lires.
- Pour acheter 10 000 Lires, les Suisses payent 9,1 Francs suisses.

Bientôt la Communauté Européenne va adopter une monnaie unique: l'ECU.

- 3 ECUS vaudront environ 20 Francs français.

Combien de Francs suisses un Helvète devra-t-il alors payer pour acheter 60 ECUS si les parités monétaires restent à peu près inchangées?



### Exercice 7

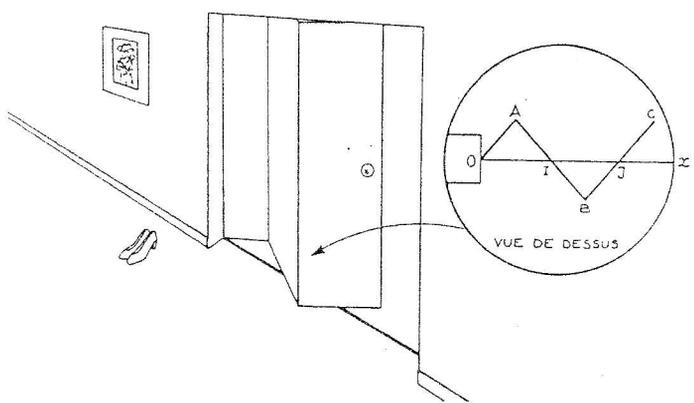
10 Points

## Porte ouverte...

La figure ci-contre représente la vue de dessus d'une porte pliante et coulissante. Le point O est fixe: c'est le point d'attache au mur. Les points I et J peuvent se déplacer le long du rail [Ox].

Les longueurs OA, AI, IB, BJ, JC sont égales et restent constantes au cours du déplacement. De plus, à tout instant, I est le milieu du segment [AB] et J celui du segment [BC].

En prenant OA = 4 cm, construire sur une même figure les trajectoires des points A, B et C quand la porte prend toutes les positions possibles.



### Exercice 8

5 Points

## Tarte flambée

Après une longue séance de travail, sept professeurs de mathématiques ont décidé d'aller manger une tarte flambée.

Lorsque la tarte rectangulaire de 42 cm x 35 cm fut servie, on chargea l'un des convives de la couper équitablement en sept portions. Il s'en tira facilement par six coups de couteau rectilignes tous issus du même coin de la tarte.

Représenter cette solution sur la feuille-réponse: pour ce faire, tracer un rectangle ABCD de 8,4 cm x 7 cm que l'on partagera en sept morceaux d'aires égales par six segments de droites joignant le sommet A à des points de [BC] ou de [CD]. Donner une justification de la solution.



### Exercice 10

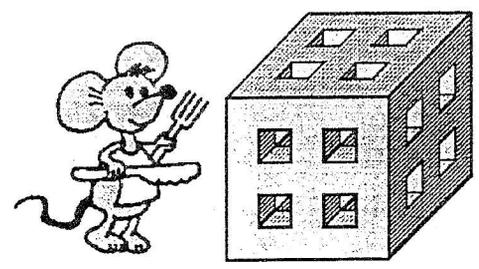
5 Points

## Gruyère

Un cube a des arêtes de 5 cm.

On perfore ce cube de part en part: chaque trou a la forme d'un parallépipède rectangle dont la section est un carré de 1 cm de côté. Les douze trous sont disposés 'régulièrement' comme l'indique la figure ci-dessous.

Calculer le volume total du cube ainsi perforé.



### Exercice 9

10 Points

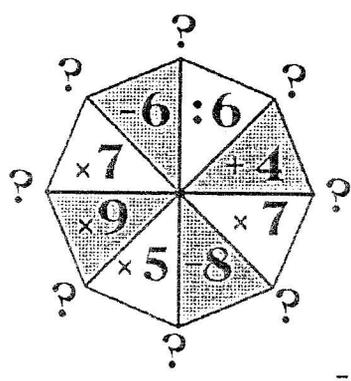
## Un peu de bon sens!

Ludivine a choisi un nombre entier compris entre 1 et 9.

Partant de ce nombre, elle a effectué successivement et dans l'ordre les huit opérations de la figure ci-dessous. Elle a obtenu ainsi le nombre 800 comme résultat.

Quel nombre Ludivine a-t-elle choisi?  
Par quelle opération a-t-elle commencé?  
Dans quel sens a-t-elle tourné?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9



= 800

### Exercice 11

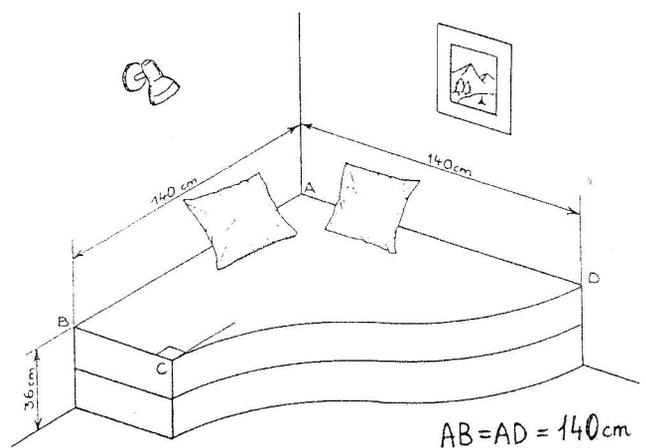
10 Points

## Le divan

Conçue pour une assise bien confortable, cette banquette d'angle se transforme facilement en un lit de 140 cm x 190 cm (épaisseur 18 cm): il suffit pour cela de juxtaposer les deux blocs de mousse dont elle est composée.

Pour que les deux parties de ce lit se complètent parfaitement, la courbe CD est constituée de deux arcs de cercles. La tangente à la courbe en C est perpendiculaire au côté BC.

Construire sur la feuille-réponse une vue de dessus des deux parties à l'échelle 1/10 disposées de manière à reconstituer un rectangle. Laisser visibles les traits de construction.



AB = AD = 140 cm

### Exercice 12

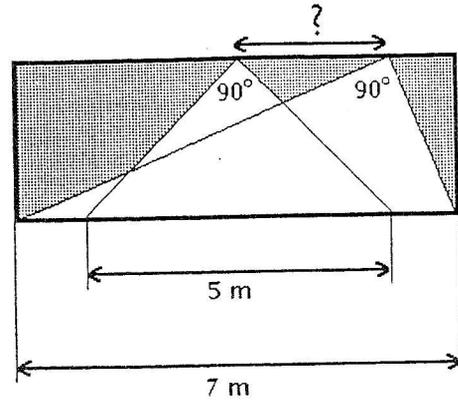
15 Points

## C'est clair!

Au sous-sol, Pitt' a équipé son local long de 7 m d'un éclairage fort intéressant: il a installé deux spots halogènes orientables dont chaque faisceau conique a une ouverture de 90 degrés (voir figure ci-contre).

Le premier spot, placé en plein centre du plafond de la pièce, est orienté de façon à éclairer le sol suivant un disque de 5 m de diamètre. Le faisceau du second couvre quant à lui la totalité de la longueur du local, sans en éclairer les murs.

Calculer la distance exacte qui sépare les deux spots. Expliquer.



### Exercice 13

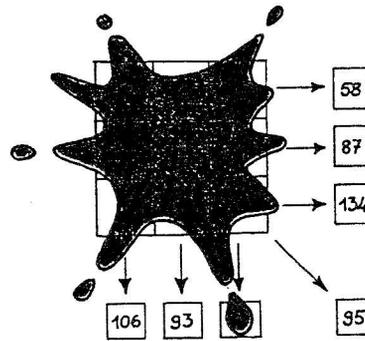
5 Points

## Quelle tache!

Spécial Seconde

Voici un tableau carré de neuf cases dans lequel on a inscrit neuf nombres. On a calculé la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et d'une diagonale. Une tache a malencontreusement masqué ce tableau ainsi qu'une de ces sommes.

Indiquer cette somme en expliquant la méthode employée.



### Exercice 14

10 Points

## Pour être au courant

Spécial Seconde

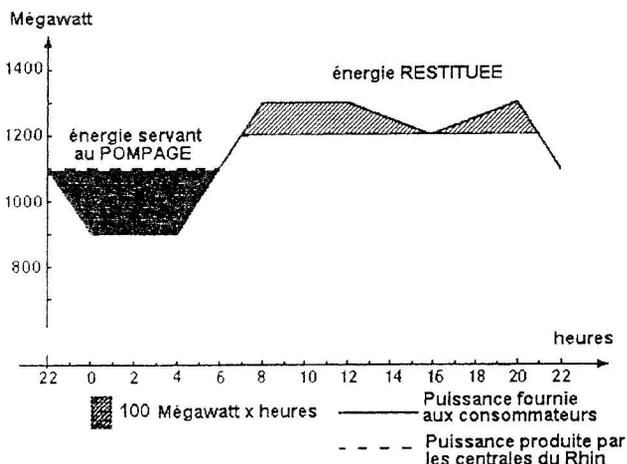
Le Lac Noir et le Lac Blanc sont deux réservoirs situés à des altitudes différentes et reliés par des conduites forcées.

Ce dispositif permet, lorsque la consommation est faible, de stocker les excédents de l'énergie produite par les centrales hydro-électriques et nucléaire du Rhin. Il permet aussi de restituer de l'énergie lorsque les besoins des consommateurs sont importants.

La nuit, on pompe ainsi de l'eau du Lac Noir vers le Lac Blanc en consommant de l'électricité produite par les centrales du Rhin. Le jour, on fait redescendre cette eau qui produit alors de l'électricité en actionnant des turbines. Cette production permet, aux heures de pointe, d'économiser les coûteux carburants (pétrole et charbon) qu'il faudrait alors brûler dans des centrales thermiques.

Sur le graphique ci-contre, la surface noire représente l'énergie nécessaire au pompage, la surface hachurée représente l'énergie restituée par les turbines. Exprimer leurs valeurs en Mégawatt x heures et les comparer.

Expliquer ensuite l'intérêt économique de ce dispositif, sachant que le prix de revient de l'électricité des centrales du Rhin est de 80 F le MWh, tandis que celui de l'électricité d'origine thermique se monte à 200 F le MWh.



### Exercice 15

15 Points

## Tiré par les cheveux

Spécial Seconde

Madame Yolande se rend chez son coiffeur.

Quand elle prend place dans le fauteuil, il est 14 heures précises à sa montre et elle voit dans le miroir devant elle l'image de l'horloge du salon. Celle-ci marque 6 h 40 comme l'indique le dessin: le coiffeur vient d'en remplacer la pile, mais il n'a pas eu le temps de la remettre à l'heure.

A la fin de la séance, au moment de quitter le fauteuil, Madame Yolande constate avec étonnement que les aiguilles de sa montre et celles du reflet de l'horloge sont exactement dans la même position.

Quelle heure est-il alors, sachant que l'horloge et la montre ont fonctionné normalement?

