

Mathematik ohne Grenzen

ein internationaler Wettbewerb für Klassenstufe 10 und 11

Probewettbewerb 2004/2005

- Für jede Aufgabe, auch für die nicht bearbeiteten, ist ein gesondertes Lösungsblatt abzugeben
- Mit Ausnahme der Aufgaben 2, 4, 6, 7 und 8 muss die Lösung begründet bzw. erläutert werden
- Die Sorgfalt der Ausführung wird mitbewertet
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt

Aufgabe 1
7 Punkte

Per pedes

Die Lösung muss in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und einen Umfang von mindestens 30 Wörtern haben.

Au départ d'une épreuve de marche de 20 km, il y avait 35 concurrents. Pendant l'épreuve, les juges ont distribué 82 avertissements pour marche irrégulière.

Tout marcheur est éliminé à son 3^{ème} avertissement. Les marcheurs qui n'ont pas été éliminés ont tous fini la course.

Quel est le nombre maximal de marcheurs à l'arrivée ? Quel est le nombre minimal de marcheurs à l'arrivée ? Justifier.

At the start of a twenty-kilometer-long walking race there were 35 competitors. During the competition, the judges gave 82 warnings for irregular walking.

Any walker is eliminated at his third warning. The walkers who haven't been eliminated have all finished the race.

What is the maximum number of walkers at the end of the competition? What is the minimum number? Justify.

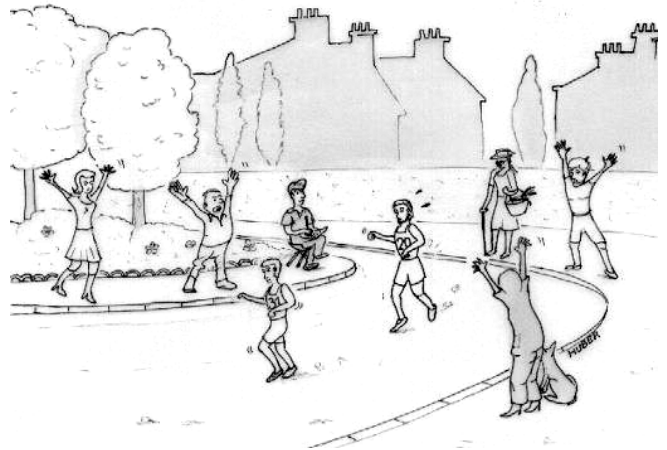
Aufgabe 2
5 Punkte

Tischrücken

Im Festsaal eines Dorfes stehen acht gleiche, viereckige Tische. Thomas stellt sie lückenlos zusammen, so dass sich eine große Tafel in Form eines regelmäßigen Sechsecks mit 2 m Seitenlänge ergibt.

„Der Platz wird nie für alle reichen!“ protestiert Anja und beginnt auch schon die Tische umzustellen. Sie gruppiert sie ohne Zwischenraum zu einem Viereck mit 26 m Umfang.

Zeichne die Anordnung von Thomas und die von Anja im Maßstab 1:50.



Alla partenza di una gara di marcia lunga 20 km ci sono 35 concorrenti. Durante la prova i giudici assegnano 82 ammonizioni per marcia irregolare.

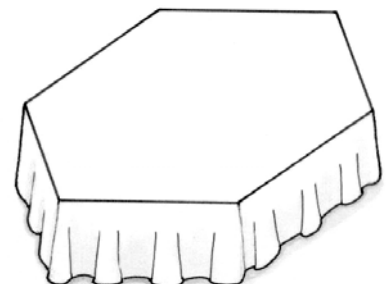
Il corridore che incorre in tre ammonizioni è squalificato ed espulso. Quelli che non sono stati espulsi concludono tutti la corsa.

Al traguardo qual è il massimo numero di corridori ? Quale il numero minimo ? Motivare le risposte.

A la salida de una prueba de marcha de 20 kilómetros, había 35 participantes. Durante la prueba, los jueces dieron 82 advertencias por marcha irregular.

Se elimina a cada participante que tenga 3 advertencias. Los marchadores a los que no se eliminó terminaron todos la carrera.

¿Cuál es el número máximo de marchadores que llegaron a la meta ? ¿Cuál es el número mínimo de marchadores que llegaron a la meta ? Explicar la respuesta.



Aufgabe 3
7 Punkte

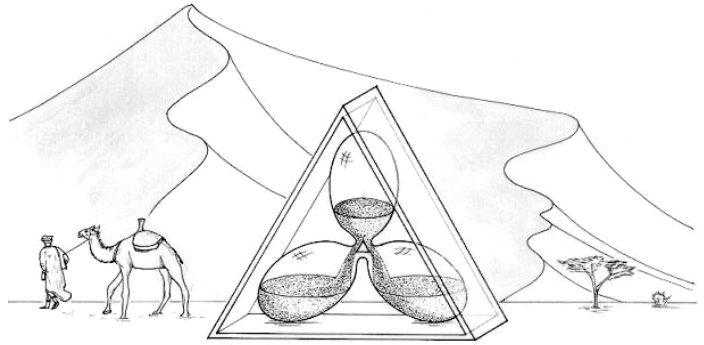
Minutentakt

Eine Sanduhr in Form eines gleichseitigen Dreiecks enthält drei gleiche Sandbehälter. Jeder Behälter ist mit den beiden anderen verbunden.

Der obere Behälter entleert sich zu gleichen Teilen in die beiden anderen, wobei man annimmt, dass die Sandmenge gleichmäßig abnimmt. Die beiden unteren Behälter füllen sich gleich schnell.

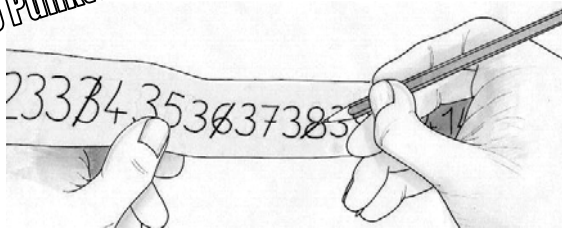
Wenn der obere Behälter voll ist, dauert es 16 Minuten bis er sich in die beiden anderen entleert hat.

Wie kann man mit Hilfe einer solchen Sanduhr alle Zeitspannen von einer, zwei, drei vollen Minuten, und so fort, bis zu 16 vollen Minuten abmessen?



Aufgabe 4
5 Punkte

Hundert fliegen raus



Notiere hintereinander und ohne Zwischenraum die Zahlen von 1 bis 60 in aufsteigender Reihenfolge.

Streiche aus dieser Ziffernfolge 100 Ziffern so heraus, dass die verbleibenden Ziffern in der gegebenen Reihenfolge eine möglichst große Zahl bilden.

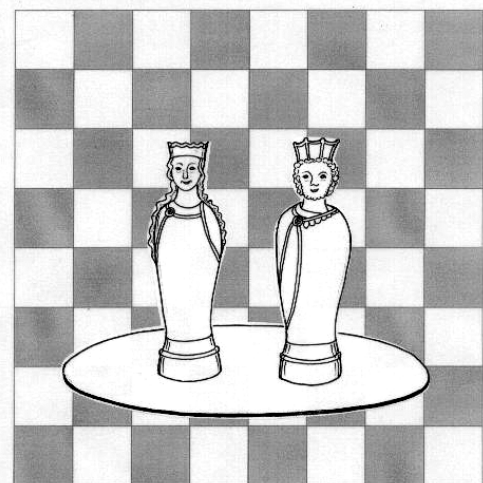
Aufgabe 5
7 Punkte

Eingekreist

Die Felder eines Schachbretts haben jeweils eine Seitenlänge von 2 cm.

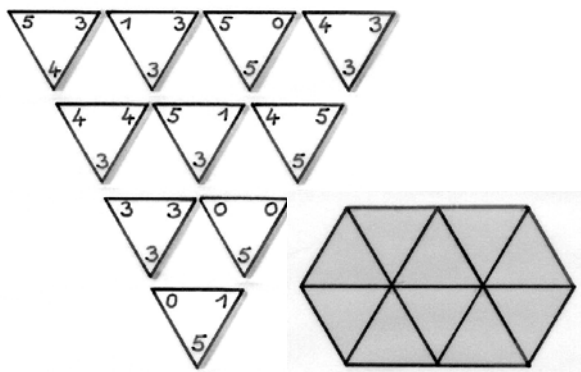
Zeichne einen möglichst großen Kreis, der ganz auf dem Schachbrett liegt und kein einziges schwarzes Feld durchquert.

Berechne den Radius dieses Kreises.



Aufgabe 6
5 Punkte

Trminos



Die 10 Dreiecke sollen so angeordnet werden, dass sich die abgebildete Figur ergibt und immer nur gleiche Ziffern aneinander liegen.

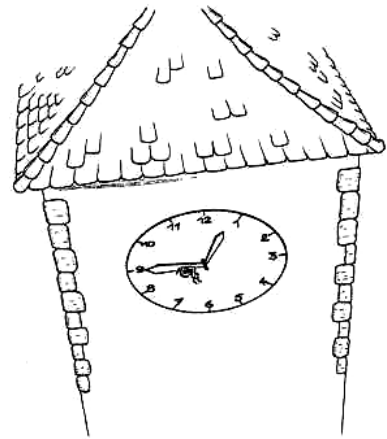
Zeichne oder klebe die entsprechende Anordnung auf das Antwortblatt

Aufgabe 7
7 Punkte

Zeitreise

Eine Schnecke kriecht gemütlich und mit konstanter Geschwindigkeit auf dem großen Zeiger einer Kirchturmuhhr. Sie beginnt am äußeren Ende des Zeigers, 90cm vom Mittelpunkt des Zifferblattes entfernt. Es dauert eine Stunde, bis sie den Mittelpunkt schließlich erreicht hat.

Zeichne das Zifferblatt der Uhr im Maßstab 1:10 und trage auf diesem die Bewegungsbahn der Schnecke ein.



Aufgabe 8
5 Punkte

Zurück an den Start



Nimm eine beliebige dreistellige Zahl. Schreibe sie zweimal nebeneinander um eine sechsstellige Zahl N zu erhalten.

Wählt man zum Beispiel 637 als Ausgangszahl, so erhält man $N = 637637$.

Teile nun N durch 13, das Ergebnis durch 11 und den zuletzt erhaltenen Wert schließlich durch 7.

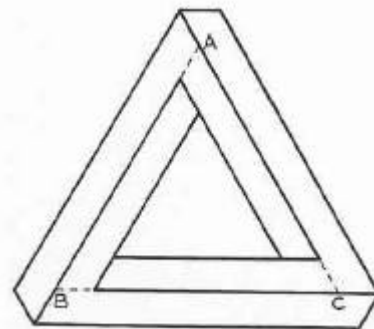
Probiere verschiedene dreistellige Zahlen aus. Was bemerkst du? Begründe deine Feststellung.

Aufgabe 9
7 Punkte

Penrose

Die Abbildung rechts zeigt ein „Penrosedreieck“, das auf dem gleichseitigen Dreieck ABC basiert.

Zeichne auf das Lösungsblatt ein „Penrosequadrat“ das auf einem Quadrat mit 8 cm Seitenlänge basiert.



Aufgabe 10
10 Punkte

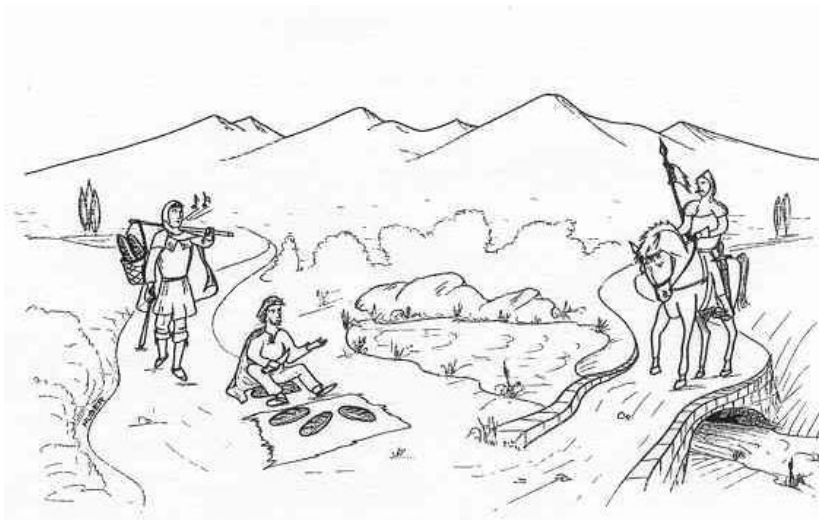
Pisastudie

Ein Mann hatte drei Brote und sein Geselle zwei, alle gleich groß. Sie gingen ihres Weges und als sie an eine Quelle kamen, setzten sie sich um zu essen. Ein Soldat kam vorbei und sie luden ihn ein, an ihrem Mahl teilzuhaben. Er ließ sich zu ihnen nieder und sie teilten die Brote zu gleichen Teilen untereinander.

Als alle Brote gegessen waren, zog der Soldat weiter und ließ ihnen zum Dank fünf Geldstücke zurück. Davon nahm der erste drei Geldstücke, da er drei Brote mitgebracht hatte und der zweite zwei Geldstücke für seine zwei mitgebrachten Brote.

War diese Teilung gerecht? Wenn nicht, schlage eine Teilung vor, welche dir gerechter erscheint und begründe deine Antwort.

(nach Leonardo von Pisa: De duobus hominibus panes habentibus...)



nur für Klasse 11

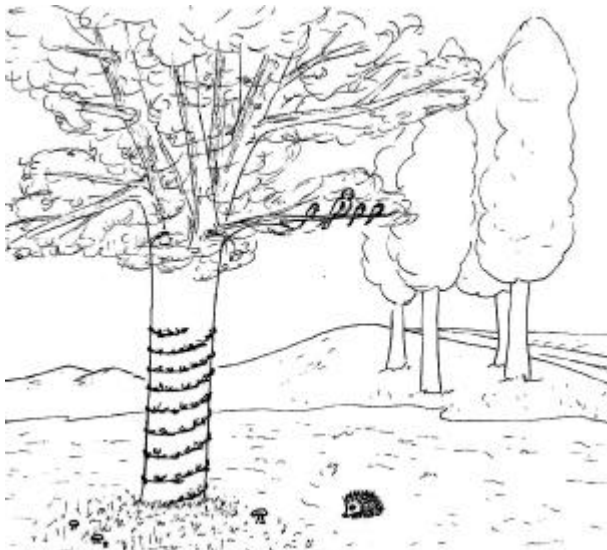
Aufgabe 11
5 Punkte

Geißblatt

Das Geißblatt ist eine Pflanze mit duftenden Blüten aus der Familie der Kaprifoliaceen, welche sich an den Bäumen emporklimmt.

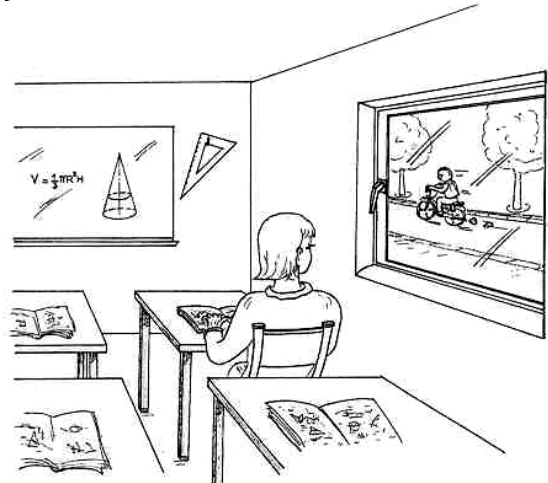
Unser Geißblatt windet sich in einer regelmäßigen Spirale um einen zylindrischen Stamm vom 40 cm Durchmesser. Es umrundet den Stamm 8 mal und erreicht dabei eine Höhe von 12m.

Berechne die Gesamtlänge der Ranke.



Aufgabe 12
7 Punkte

Träumerei



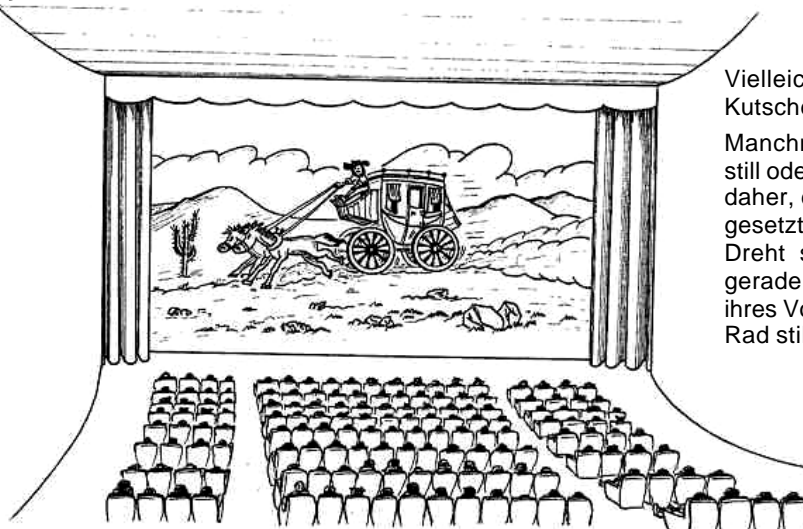
Die Unterrichtsstunde geht zu Ende. Zazie schaut aus dem Fenster und sieht ihren Freund Prosper gerade zwei Sekunden lang, wie er mit dem Motorroller vorbeifährt. Wie schnell er wohl gefahren ist, fragt sie sich.

Zazies Augen haben 1m Abstand vom Fenster, das 1m breit ist. Die Strasse verläuft parallel zur Schulfassade und ist von dieser 25m entfernt.

Beantworte Zazies Frage. Begründe durch eine Rechnung.

Aufgabe 13
10 Punkte

100 Jahre Kino



Vielleicht hast du im Film schon einmal eine Kutsche gesehen, die von Indianern verfolgt wird.

Manchmal sieht es so aus, als stünden die Räder still oder drehten sich sogar rückwärts. Dies kommt daher, dass der Film aus Einzelbildern zusammengesetzt ist, die nacheinander projiziert werden. Dreht sich nun zwischen zwei Bildern das Rad gerade so weit, dass jede Radspeiche die Position ihres Vorgängers eingenommen hat, so scheint das Rad stillzustehen.

Nimm an, das Rad habe 12 Speichen und einen Durchmesser von 1,20m.

Wie groß ist dann die Geschwindigkeit der Kutsche in km/h, wenn die Kamera 24 Bilder pro Sekunde aufgenommen hat?

Gib den Rechenweg an.