

Mathematik Ohne Grenzen



Probewettbewerb 2019

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Mit Hut? Na logisch!

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Trois clowns, Anatole, Michel et Thomas, ont déposé trois chapeaux rouges et deux chapeaux verts dans leur loge. Avant d'entrer en scène, ils doivent récupérer chacun un chapeau.

Les clowns ne trouvent pas l'interrupteur et la loge est plongée dans le noir. Chacun prend un chapeau au hasard et le pose sur sa tête. Ils sortent de la loge et entrent en scène.

On demande à chaque clown s'il est capable de deviner la couleur de son chapeau.

Anatole regarde les deux autres et dit « Non ».

Puis Michel regarde les deux autres et dit « Non ».

Enfin Thomas, qui est aveugle, répond « Oui ».

Expliquer comment ce clown aveugle a pu déterminer la couleur de son chapeau. Quelle est-elle ?

Tres payasos, Anatole, Michel y Thomas, han dejado tres sombreros rojos y dos sombreros verdes en el camerino.

Antes de salir a escena, tienen que coger un sombrero cada uno.

Los payasos no encuentran el interruptor y el camerino está a oscuras. Cada uno coge un sombrero al azar y se lo pone en la cabeza. Salen del camerino y entran en escena.

Preguntamos a cada payaso si es capaz de adivinar el color de su sombrero.

Anatole mira los otros dos y dice "No".

Luego Michel mira los otros dos y dice "No".

Por fin Thomas, que es ciego, dice "Sí".

Explica cómo el payaso ciego ha podido adivinar el color de su sombrero. ¿Cuál es?

Three clowns, Anatole, Michel and Thomas, keep three red hats and two green hats in their dressing-room. Before going on stage they each need to put on a hat.

The clowns cannot find the light switch and the dressing-room is in darkness. Each clown picks a hat at random and puts it on his head. They leave the dressing-room and go on stage.

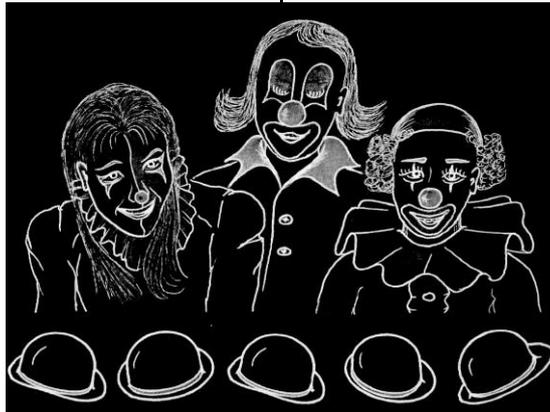
Each clown is asked if he can work out the colour of his hat.

Anatole looks at the two others and says "No".

Then Michel looks at the two others and says "No".

Finally Thomas, who is actually blind, replies "Yes".

Explain how this blind clown was able to work out the colour of his hat. What is it?



Tre clown, Anatole, Michele e Tommaso hanno depositato in camerino tre cappelli rossi e due verdi. Prima di entrare in scena ognuno di loro deve recuperare un cappello.

I clown non trovano l'interruttore e il camerino è completamente al buio.

Tutti prendono un cappello a caso, se lo mettono, poi, escono dal camerino ed entrano sul palcoscenico.

Alla domanda se sono in grado d'indovinare il colore del proprio cappello,

Anatole guarda gli altri due e dichiara : « No ».

Michele, a sua volta, guarda gli altri due e dichiara : « No ».

Tommaso, infine, che è cieco risponde : « Sì ».

Spiegate come il clown cieco abbia potuto determinare il colore del suo cappello. Qual è?

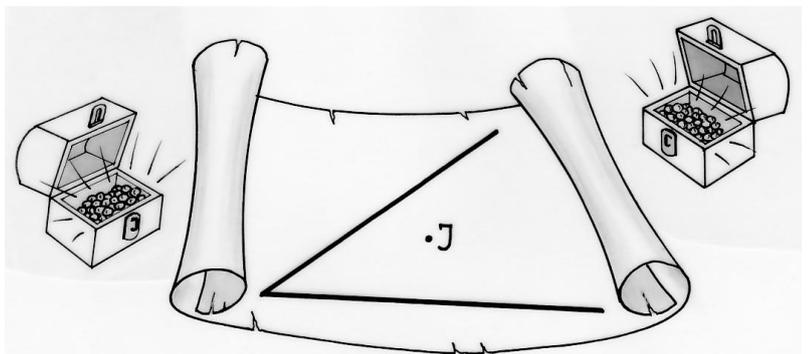
Aufgabe 2 5 Punkte

Beim Jupiter!

Ein Schatz wurde auf zwei Kisten verteilt, und jede Kiste wurde unter einer Allee vergraben. Man weiß, dass die Jupiter-Statue sich in der Mitte zwischen den beiden Verstecken befindet.

Im Plan rechts stellen die beiden Halbgeraden die Alleen und der Punkt J die Jupiter-Statue dar.

Konstruiert die Lage der beiden Schatzkisten und erklärt eure Konstruktion.



Aufgabe 3
7 Punkte

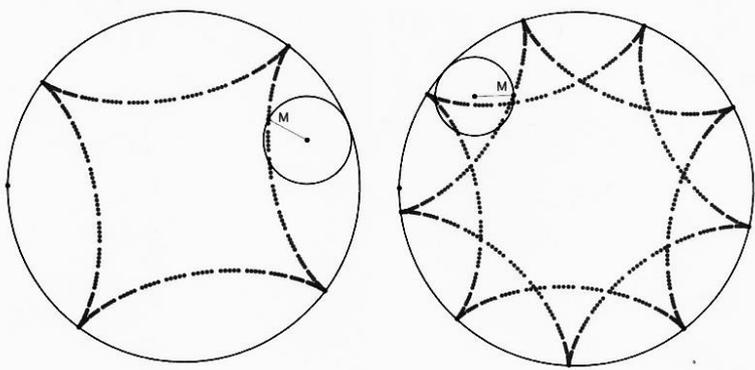
Es geht rund

Die beiden Figuren wurden mit einem Spirographen gezeichnet. Das funktioniert folgendermaßen:

Im Inneren eines ausgestanzten Kreises befindet sich eine kleine Kreisscheibe, an deren Rand ein Stift befestigt ist. Die gestrichelt dargestellte Linie entsteht, wenn mit Hilfe des Stiftes die Kreisscheibe so bewegt wird, dass sie, ohne zu rutschen, am großen Kreis entlangrollt. Beide Zeichnungen wurden an einem Punkt des äußeren Kreises begonnen und dann beendet, als dieser Ausgangspunkt wieder erreicht wurde.

Für das linke Muster wurden ein großer Kreis mit dem Radius 32 cm und eine Kreisscheibe vom Radius 8 cm verwendet. Die gezeichnete Linie und der äußere Kreis haben vier gemeinsame Punkte.

In der rechten Figur ergeben sich bei einem großen Kreis vom Radius 36 cm und einer Kreisscheibe vom Radius 8 cm neun gemeinsame Punkte von äußerem Kreis und gezeichneter Linie.



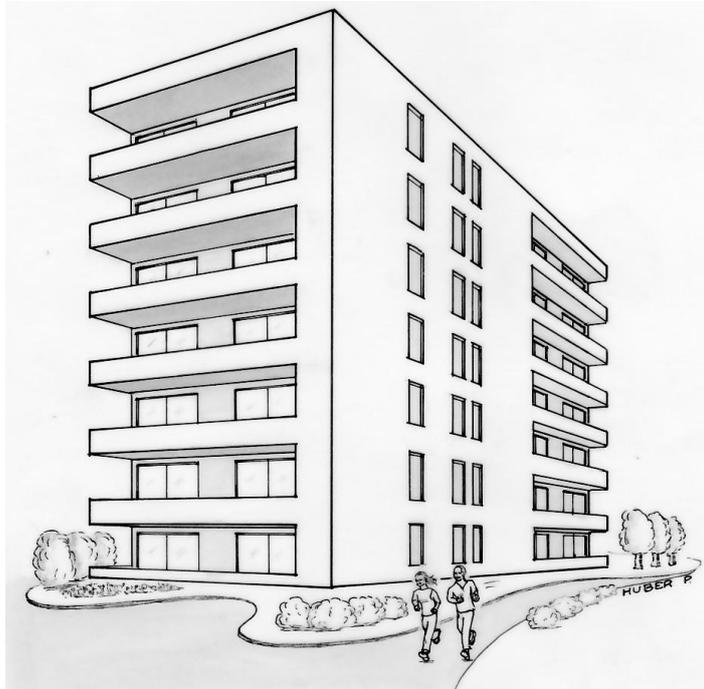
Wie viele gemeinsame Punkte ergeben sich, wenn der große Kreis den Radius 30 cm und die Kreisscheibe den Radius 9 cm hat? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 4
5 Punkte

Apart!

In einem Hochhaus befinden sich auf jeder Etage gleich viele Apartments, die fortlaufend mit 1, 2, 3 usw. nummeriert sind, wobei keine Zahl ausgelassen wird. Die Nummerierung beginnt in der ersten Etage. Ich wohne in der fünften Etage in Apartment Nr. 65.

Wie viele Apartments können sich auf jeder Etage befinden? Gebt alle Lösungen an.



Aufgabe 5
7 Punkte

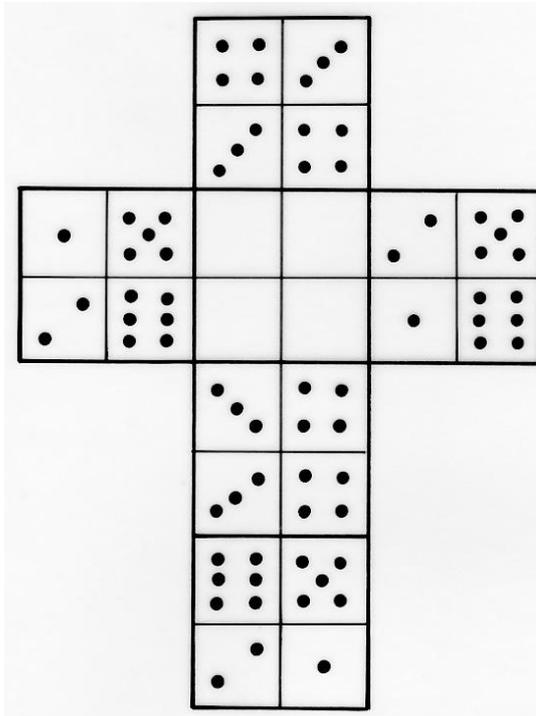
6-mal die 14, bitte!

Bei einem Spielwürfel ergibt die Augensumme gegenüberliegender Seiten jeweils 7.

Aus acht gleichen Spielwürfeln wurde ein großer Würfel so gebaut, dass die Augensumme auf jeder Seite 14 ergibt.

Die Abbildung zeigt das unvollständige Netz dieses Würfels.

Zeichnet das Netz ab und vervollständigt es.

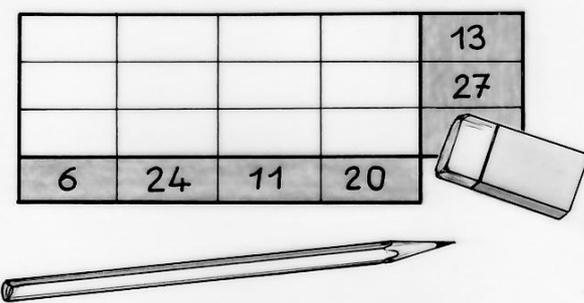


Aufgabe 6
5 Punkte

Summanden gesucht

In die weißen Felder des Gitters sollen natürliche Zahlen von 1 bis 9 so eingefügt werden, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte eine Zahl nur einmal vorkommt. In den grauen Feldern steht jeweils die Zeilen- bzw. Spaltensumme.

Zeichnet das Gitter ab und füllt die Felder aus.

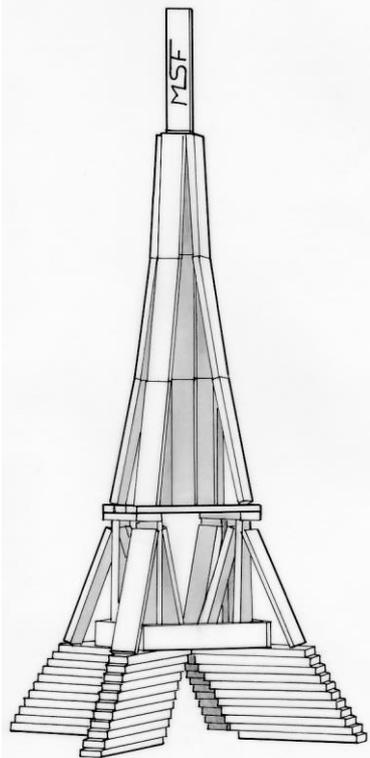
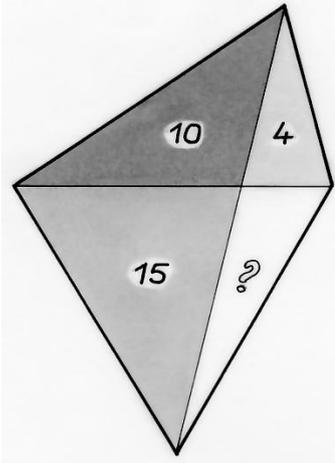


Aufgabe 7
7 Punkte

In die Höhe!

Das Viereck wird durch seine Diagonalen in vier Dreiecke geteilt. Bei drei Dreiecken ist der Flächeninhalt in cm^2 angegeben.

Berechnet den Flächeninhalt des Vierecks. Begründet eure Antwort.

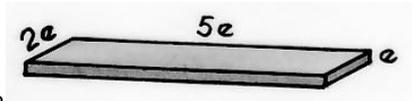


Aufgabe 8
5 Punkte

Gut verstaut

Leo hat Bauklötze, über deren Maße man folgendes weiß:

- Die Länge ist fünf Mal so groß wie die Höhe e .
- Die Breite ist doppelt so groß wie die Höhe e .



Wenn Leo 48 Bauklötze in einer quaderförmigen Schachtel mit den inneren Maßen $30\text{ cm} \times 16\text{ cm} \times 8\text{ cm}$ verstaut, dann ist die Schachtel ohne Hohlraum komplett ausgefüllt.

Berechnet die Maße der Bauklötze.

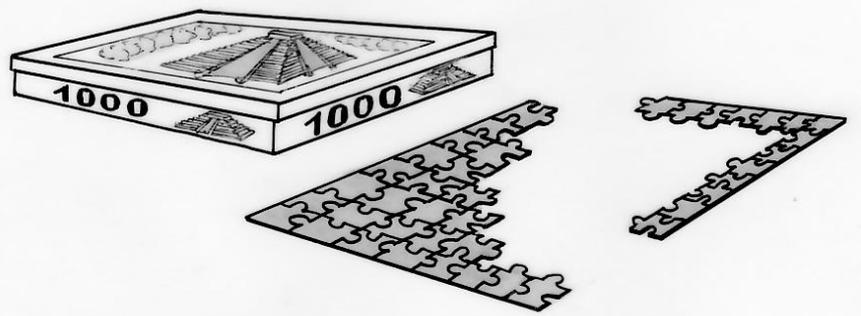
Gebt zwei verschiedene Arten an, wie die Bauklötze in der Schachtel verstaut werden können.

Aufgabe 9
7 Punkte

Potztausend!

Milli hat ein Puzzle geschenkt bekommen. Auf der Schachtel steht, dass es tausend Teile hat.

Milli will mit dem Rand beginnen und sucht daher zunächst alle Randstücke heraus. Sie zählt mit und kommt mit den Ecken auf 124 Randstücke. Beim Puzzeln wird Milli klar, dass dieses rechteckige Puzzle keine tausend Teile haben kann.



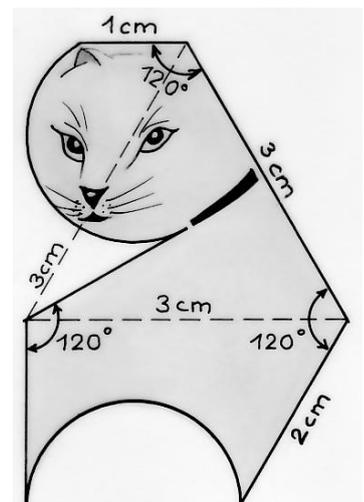
Wie viele Teile könnte das Puzzle haben, wenn die Anzahl der Teile möglichst nah bei 1000 liegen soll? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 10
10 Punkte

Noch ein Puzzle!

Ein Spiel besteht aus 60 identischen Teilen, die so konstruiert sind, dass sie sich lückenlos aneinanderlegen lassen. Die Abbildung zeigt ein solches Teil. Die 60 Teile finden in einer 5 cm hohen und 6 cm breiten quaderförmigen Schachtel Platz, in die sie flach hineingelegt werden. Jedes Teil ist 5 mm dick.

Wie müssen die Teile in die Schachtel gelegt werden? Zeichnet eine Schicht auf. Berechnet, wie lang die Schachtel mindestens sein muss.



Klasse 10



Aufgabe 11 5 Punkte

Ganz dicht dran

Die Abbildung entstammt einem alten Mathematikbuch. Es heißt „Lo Compendion Del Abaco“ und wurde 1492 veröffentlicht.

Camille und David sind auf diese Abbildung gestoßen und versuchen, sie zu verstehen. Einen Taschenrechner haben sie gerade nicht zur Hand. Sie fragen sich, wie der Wert $32\frac{1}{65}$ zustande kommt.

„Das ist nicht schwer“ meint Camille. „Die Länge der Hypotenuse im rechten Dreieck kann man ganz einfach berechnen.“

„Genau. Und 32^2 ist 1024 und 33^2 ist 1089. Jetzt muss man nur noch irgendwie von 1024 zu 1025 kommen“ ergänzt David.

Erklärt mit Hilfe der Aussagen von Camille und David, wie der Wert $32\frac{1}{65}$ zustande kommt.

Aufgabe 12 7 Punkte

Im Auto

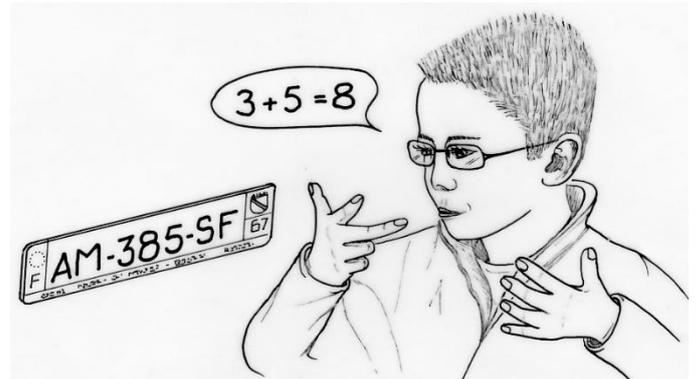
In Frankreich steht auf den Nummernschildern eine Folge von 2 Buchstaben, 3 Ziffern und nochmals 2 Buchstaben, zum Beispiel AM-385-SF. Die Ziffernfolge 000 gibt es nicht.

Roxane und Tim spielen auf langen Autofahrten gern folgendes Spiel: Sie schauen sich die drei Ziffern auf dem Nummernschild des Autos an, das vor ihnen fährt.

- Roxane erhält einen Punkt, wenn das Nummernschild drei aufeinanderfolgende Ziffern zeigt, auch wenn sie nicht in der richtigen Reihenfolge stehen.
(Bei 312 zum Beispiel erhält sie auch einen Punkt.)
- Tim erhält einen Punkt, wenn die Summe der ersten und der dritten Ziffer die mittlere Ziffer ergibt.

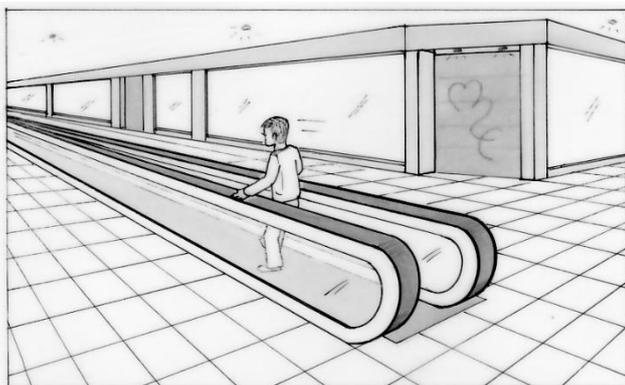
Wer am Ende die meisten Punkte hat, gewinnt das Spiel.

Wer von beiden hat die besseren Gewinnchancen?
Begründet eure Antwort.



Aufgabe 13 10 Punkte

Zu Fuß



Victor arbeitet am Frankfurter Flughafen. Um Zeit zu sparen, nimmt er gerne die Rollbänder.

In einer Mittagspause hat er zum Spaß bei einem der Rollbänder folgende Messungen durchgeführt:

Wenn er auf dem Rollband mit der Fahrtrichtung in seinem üblichen Tempo läuft, braucht er 1 Minute und 12 Sekunden von einem Ende zum anderen

Wenn er mit der gleichen Schrittgeschwindigkeit auf dem Rollband gegen die Fahrtrichtung läuft, kommt er nach 6 Minuten am anderen Ende an.

Eines Tages ist das Rollband außer Betrieb. Victor läuft dennoch in seinem üblichen Tempo vom einen Ende des Rollbands zum anderen.

Wie lange braucht er jetzt dafür? Begründet eure Antwort.