

Mathematik Ohne Grenzen



Hauptwettbewerb am 6.2.2020

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung sowie die Präzision der Begründungen werden mit bewertet.

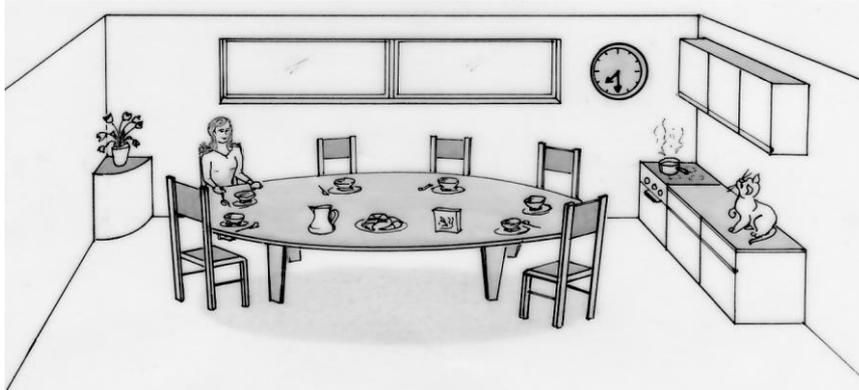
Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Geschickt geduscht

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

La signora e il signor Propre abitano con i loro quattro figli in un grande appartamento con due bagni. Sono soliti fare colazione in famiglia e ciò complica l'uso dei bagni. La signora Propre occupa un bagno 21 minuti e il marito 15 minuti. I figli Justine, Samuel, Tristan e Nora li occupano rispettivamente 14, 8, 13 e 7 minuti. La famiglia Propre prevede 20 minuti per la colazione. Tutti escono alle otto del mattino.



El señor y la señora Propre viven con sus cuatro hijos en una casa grande con dos cuartos de baño. Les gusta desayunar en familia, lo que complica mucho la utilización de los cuartos de baño. La señora Propre ocupa el cuarto de baño 21 min y el señor Propre 15 min. Los hijos Justine, Samuel,

Tristan y Nora lo ocupan 14 min, 8 min, 13 min y 7 min, respectivamente.

La familia Propre desayuna, junta, en 20 min. Todos dejan la casa a las ocho de la mañana.

Sabiendo que la familia desea dormir el mayor tiempo posible, ¿a qué hora debe ir la primera persona a un baño? Dar una posible organización.

Poiché la famiglia desidera organizzarsi in modo che tutti possano dormire il più a lungo possibile, a quale ora i primi due devono accedere ai bagni? Illustrate la loro organizzazione.

Mr and Mrs Clean live with their four children in a big house with two bathrooms. They like to have breakfast with their family, which makes the use of the bathrooms very complicated. Mrs Clean uses a bathroom for 21 minutes and Mr Clean for 15 minutes. Their children Justine, Samuel, Tristan and Nora use a bathroom for 14, 8, 13 and 7 minutes respectively.

The Clean family have breakfast together for 20 minutes. Everybody leaves the house at 8am.

Knowing that the family likes to sleep as long as possible, at what time must the first person go to a bathroom? Give a possible timetable (for the family visiting a bathroom).

Monsieur et Madame Propre habitent avec leurs quatre enfants dans une grande maison disposant de deux salles de bain. Ils aiment prendre leur petit-déjeuner en famille, ce qui rend l'occupation des salles de bain très compliquée. Madame Propre occupe la salle de bain 21 min et Monsieur Propre 15 min. Les enfants Justine, Samuel, Tristan et Nora l'occupent respectivement 14 min, 8 min, 13 min et 7 min.

La famille Propre prend le petit-déjeuner, ensemble, en 20 min. Tous quittent la maison à huit heures.

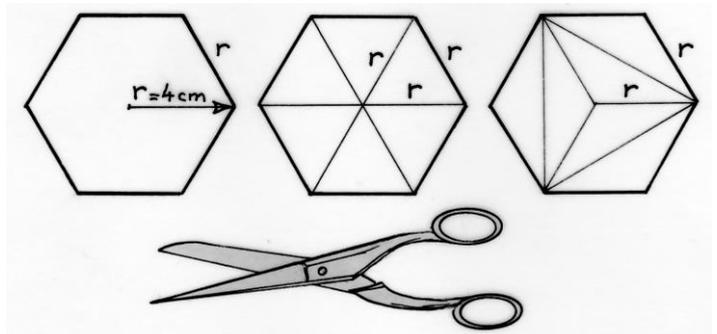
Sachant que la famille souhaite dormir le plus longtemps possible, à quelle heure la première personne doit-elle aller dans une salle de bain ? Donner une organisation possible.

Aufgabe 2 5 Punkte

Hexagenial

Konstruiert drei regelmäßige Sechsecke mit der Seitenlänge 4 cm und schneidet sie aus. Wie in der Abbildung lasst ihr ein Sechseck, wie es ist; das zweite zerschneidet ihr in sechs gleichseitige Dreiecke und das dritte in sechs gleichschenklige Dreiecke.

Legt diese 13 Teile zu einem großen regelmäßigen Sechseck zusammen und klebt dieses auf das Antwortblatt. Berechnet die Seitenlänge dieses Sechsecks.



Aufgabe 3
7 Punkte

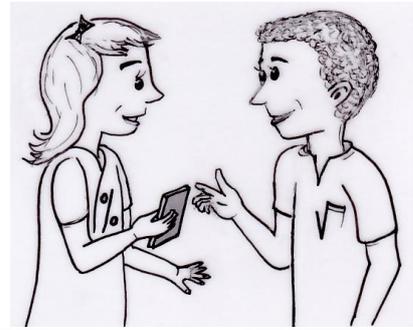
Gedankenlesen

Élyne behauptet, sie könne Gedanken lesen. Sie überreicht Thomas einen Taschenrechner und gibt ihm folgende Anweisungen:

- Denke dir eine dreistellige Zahl und multipliziere sie mit 21.
- Multipliziere nun das Ergebnis entweder mit 3 oder 4 oder 5 oder 6.
- Teile das Produkt durch 4 und dann durch deine gedachte Zahl.
- Addiere zum Ergebnis deine gedachte Zahl.
- Was ist das letzte Ergebnis auf deinem Taschenrechner?

Thomas sagt es ihr. Élyne schaut Thomas tief in die Augen. Sie weiß nun, welche Zahl er sich anfangs gedacht hat.

Erklärt, wie Élyne das macht.

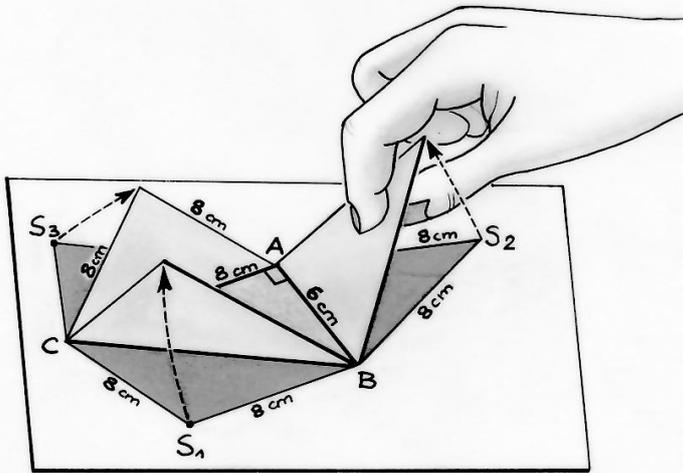


Aufgabe 4
5 Punkte

Vorsprung

Éloi und Martin machen ein Wettrennen über 100 Meter. Éloi gewinnt mit 5 Metern Vorsprung. Damit Martin auch eine Chance hat, gibt Éloi ihm beim nächsten Rennen Vorsprung: Er startet 5 m hinter Martin und der Startlinie. Martin und Éloi laufen genauso schnell wie beim ersten Rennen.

Wer gewinnt das zweite Rennen? Erklärt eure Antwort.



Aufgabe 5
7 Punkte

Aufgefaltet

Die Abbildung zeigt den Konstruktionsplan eines Tetraeders. Das Dreieck CBA ist rechtwinklig in A. Antoine stellt einen Tetraeder nach diesem Plan her. Er möchte das Volumen des Tetraeders berechnen. Im Internet hat er folgende Formel gefunden:

$$\text{Tetraedervolumen} = \frac{\text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}}{3}$$

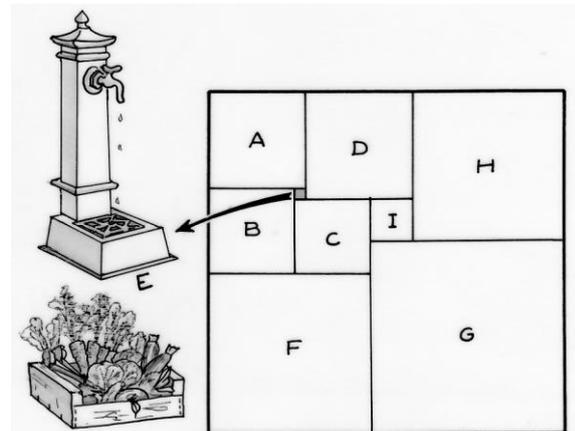
Zeichnet das Netz dieses Tetraeders und klebt es auf das Antwortblatt. Berechnet das Volumen des Tetraeders.

Aufgabe 6
5 Punkte

Garten aus Quadraten

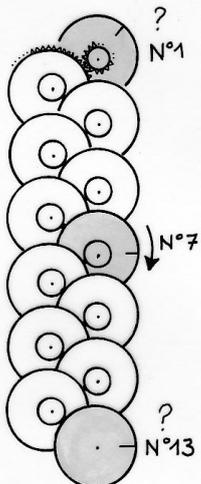
Der Gemeinschaftsgarten in Vierecksheim ist eine grüne Oase im quadratischen Viertel. Hier bauen die Nachbarn gemeinsam in freundschaftlicher Atmosphäre Obst und Gemüse an. Der Garten besteht aus neun quadratischen Bereichen (siehe Zeichnung). Das Quadrat A hat den Flächeninhalt 81 m^2 und das Quadrat B den Flächeninhalt 64 m^2 .

Hat der gesamte Garten ebenfalls einen quadratischen Grundriss? Begründet eure Antwort.



Aufgabe 7
7 Punkte

Und sie bewegen sich doch!



Die Abbildung zeigt eine Uhr, die sich im Dynamikum in Pirmasens befindet. Sie besteht aus 13 großen Zahnrädern mit derselben Anzahl von Zähnen. Jedes von ihnen ist mit einem kleinen Zahnrad, einem sogenannten Ritzel, starr verbunden und dreht sich mit diesem um dieselbe Achse. Die Drehung eines Zahnrads wird über das Ritzel auf das benachbarte Zahnrad übertragen, sodass die Drehung des ersten Zahnrads auch die Drehung aller anderen bewirkt.

Die großen Zahnräder haben siebenmal so viele Zähne wie die Ritzel. Für eine Umdrehung eines großen Zahnrads muss das antreibende Ritzel also sieben Umdrehungen ausführen.

Rad 7 dreht sich in 24 Stunden genau einmal im Uhrzeigersinn.

In welcher Richtung dreht sich Rad 1? Bestimmt näherungsweise die Anzahl seiner Umdrehungen pro Sekunde.

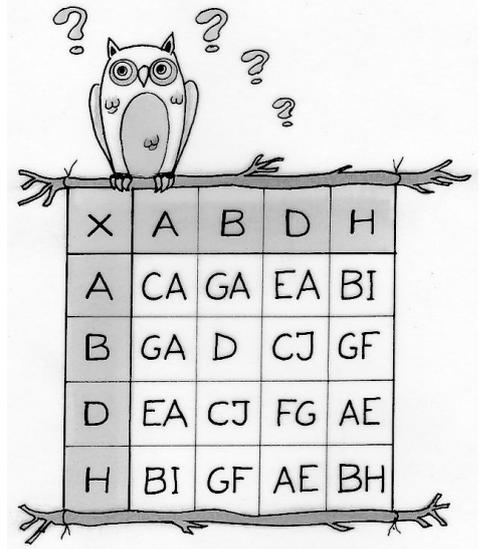
In welcher Richtung dreht sich Rad 13? Wie viele Jahre benötigt es für eine Umdrehung? Begründet jeweils eure Antworten.

Aufgabe 8
5 Punkte

Entziffern

Jeder Buchstabe in dieser Multiplikationstabelle steht für eine Ziffer von 0 – 9. Verschiedene Buchstaben stehen für verschiedene Ziffern. Die Einträge in den weißen Kästchen sind die zweistelligen Produkte aus den Ziffern der entsprechenden Zeile und Spalte. (In der ersten Zeile zum Beispiel: $A \cdot A = CA$, $A \cdot B = GA$ usw.) Bei den Produkten steht der linke Buchstabe für die Zehnerziffer und der rechte Buchstabe für die Einerziffer.

Zeichnet die Multiplikationstabelle auf das Antwortblatt. Ersetzt dabei die Buchstaben durch die Ziffern, für die sie stehen.



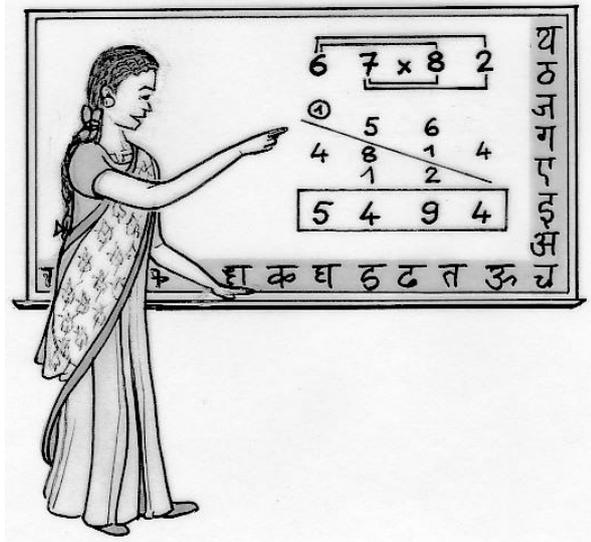
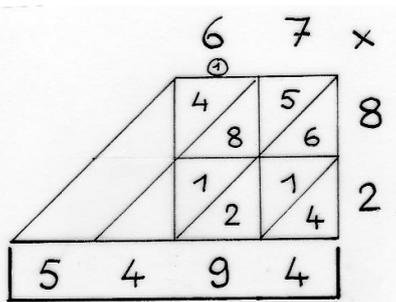
Aufgabe 9
7 Punkte

Multiplikation ohne Grenzen

Die **Multiplikation per gelosia** war im 14. und 15. Jahrhundert ein gebräuchliches Verfahren. Ihr Name rührt von dem diagonalen Lichteinfall bei Jalousien her.

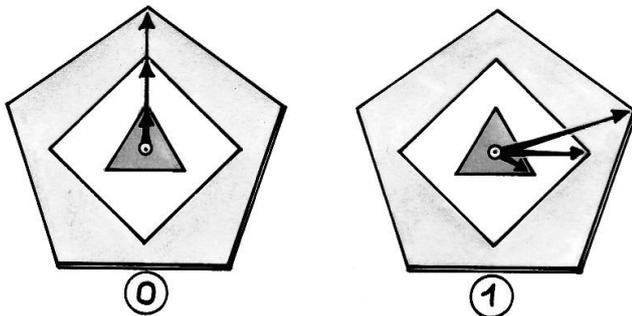
In Indien wird noch heute ein ähnliches Verfahren verwendet. Die Abbildungen zeigen die Multiplikation von 67 und 82: rechts nach dem indischen Verfahren, unten nach der **Multiplikation per gelosia**.

Führt auf eurem Antwortblatt wie in den Abbildungen die Multiplikation von 37 und 546 nach beiden Verfahren durch.



Aufgabe 10
10 Punkte

Zeit für Ecken

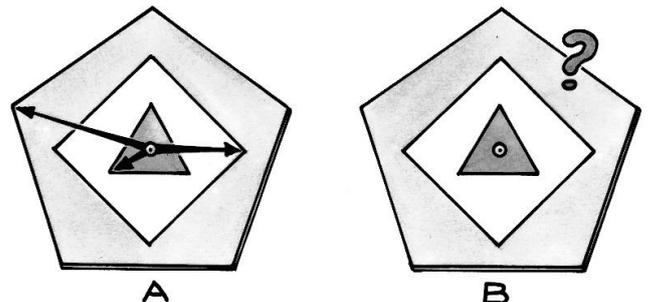


Eine Uhr besteht aus drei Vielecken: einem Dreieck, einem Quadrat und einem Fünfeck. Zu jedem Vieleck gehört ein Zeiger, der auf eine Ecke im Vieleck zeigt. Zu Beginn stehen die drei Zeiger übereinander (Ausgangsposition ①). Pro Minute rückt jeder Zeiger in seinem Vieleck um eine Ecke weiter. Nach einer Minute ergibt sich zum Beispiel die Position ②.

Wann befinden sich die Zeiger zum ersten Mal in der Position A?

Wie stehen die drei Zeiger nach 51 Minuten? Zeichnet die Zeiger in Figur B ein und klebt die Figur auf euer Antwortblatt.

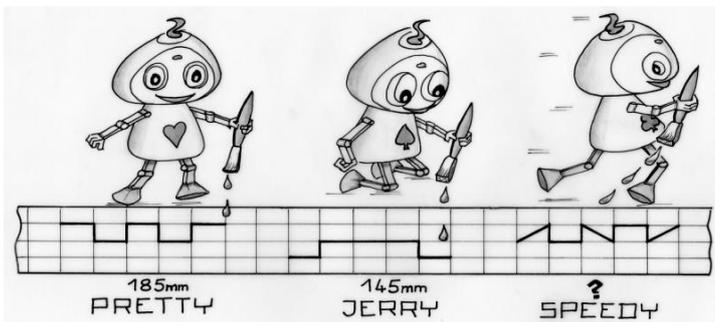
Aus welchen drei Vielecken besteht eine Uhr, deren Zeiger nach 105 Minuten wieder ihre Ausgangsposition erreichen?



Klasse 10

Aufgabe 11 5 Punkte

Rauf, runter, quer



Die drei Roboter Pretty, Jerry und Speedy sind so programmiert, dass sie auf Papier mit rechteckigen Karos Streckenzüge zeichnen (siehe Abbildung). Der Streckenzug von Pretty ist 185 mm und der von Jerry 145 mm lang.

Berechnet mit Hilfe der Abbildung die Länge des Streckenzugs von Speedy. Gebt den Rechenweg an.

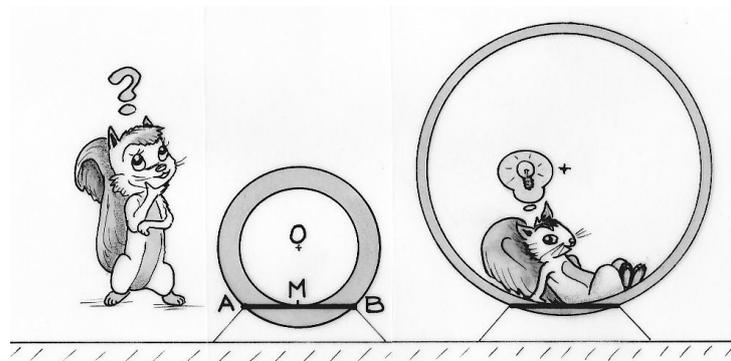
Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 12 7 Punkte

Abgezirkelt

Roman und Emily haben bei einer geometrischen Konstruktion zwei unterschiedliche Figuren erhalten, obwohl beide nach der folgenden Anleitung vorgegangen sind:

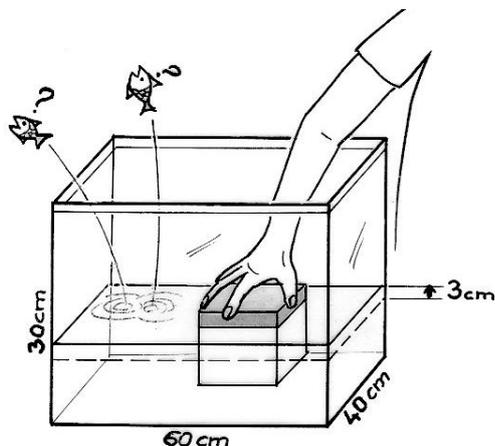
- Zeichne eine Strecke \overline{AB} der Länge 4 cm.
- Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt O durch die Punkte A und B.
- Zeichne einen Kreis um O durch den Mittelpunkt M der Strecke \overline{AB} .
- Färbe die Fläche des Kreisinges, den du erhalten hast.



Erzeugt nach dieser Anleitung zwei unterschiedliche Figuren. Vergleicht die Flächeninhalte der beiden farbigen Flächen. Begründet euer Ergebnis.

Aufgabe 13 10 Punkte

Bis zum Überlaufen



Jean und Pierre wollen das Wasser in einem quaderförmigen Behälter zum Überlaufen bringen, indem sie abwechselnd gleich große Würfel von 20 cm^2 Kantenlänge auf dem Boden des Behälters abstellen. Der Behälter ist 60 cm lang, 40 cm breit und 30 cm hoch. Die Würfel sind so schwer, dass sie nicht vom Behälterboden abheben.

Nachdem Jean den ersten Würfel abgestellt hat, ragt dieser noch aus dem Wasser, das nun 3 cm höher steht als zuvor. Nun ist Pierre an der Reihe.

Findet heraus, welcher der beiden Jungen den Behälter zum Überlaufen bringt. Begründet eure Überlegung.