Mathematik Ohne Grenzen



Probewettbewerb 2021

- Für jede Aufgabe, auch für eine nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- ✓ Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden berücksichtigt.
- ✓ Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.



Aufgabe 1 7 Punkte

Auf einer Linie

Verfasst in einer der vier Fremdsprachen einen Lösungstext mit mindestens 30 Wörtern.

Trois enfants marchent sur une piste circulaire de 250 m de circonférence.

Ils sont partis en même temps sur la ligne de départ. Le premier avance à la vitesse constante de 5 km/h, le deuxième à 4 km/h et le troisième à 3 km/h.

Dans combien de minutes vont-ils se retrouver tous les trois sur la ligne de départ pour la première fois ? Justifier.

Three children walk in a circular path of 250m circumference. They set off at the same time from the starting line. The first child moves at a constant speed of 5km/h, the second at 4km/h, and the third at 3km/h.

How many minutes will it take for all three children to meet at the starting line for the first time? Justify your answer. Tre bambini corrono su una pista circolare la cui lunghezza è di 250 m.

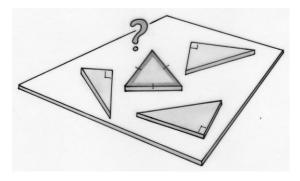
Sono partiti contemporaneamente

dalla riga di partenza. Il primo procede con velocità costante di 5 km/h, il secondo con velocità costante di 4 km/h e il terzo con velocità costante di 3 km/h.

Dopo quanto tempo si ritrovano tutti e tre assieme sulla linea di partenza? Giustificate la vostra risposta.

Tres niños corren por una pista circular cuya circunferencia es de 250 m. Se fueron al mismo tiempo desde la línea de salida. El primero avanza a una velocidad constante de 5 km/h, el segundo a 4 km/h y el tercero a 3 km/h.

¿En cuántos minutos estarán los tres en la línea de salida por la segunda vez? Justificar.



Aufgabe 2 5 Punkte

Vier für eins

An jede Seite eines gleichseitigen Dreiecks soll ein rechtwinkliges Dreieck so angelegt werden, dass die gesamte Figur wieder ein rechtwinkliges Dreieck ist.

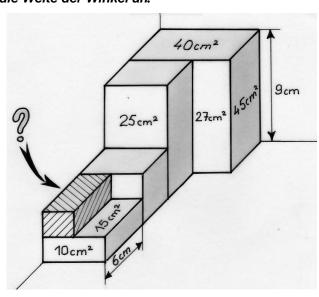
Zeichnet die gesamte Figur auf das Antwortblatt und gebt in jedem Dreieck die Weite der Winkel an.

Aufgabe 3 7 Punkte

Von Quader zu Quader

Welches Volumen hat der schraffierte Quader? Gebt euren Lösungsweg an.





Aufgabe 4 5 Punkte

Der Schatten des Würfels

An einem sonnigen Tag liegt das Kantenmodell eines Würfels auf einem Tisch. Der Punkt A' ist der Schatten des Punktes A.

Zeichnet den Schatten des Würfels auf das Blatt im Anhang.

Aufgabe 5 7 Punkte

Längs oder quer?

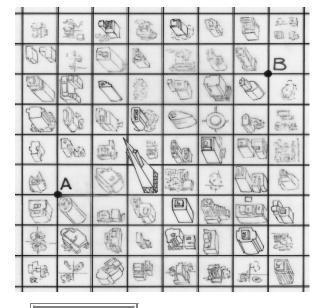
Olivier baut einen Behälter für seine Gartenabfälle. Er verwendet dazu ein rechteckiges Drahtgitter, das 1,80 m lang und 1,50 m breit ist. Olivier klammert zwei gegenüberliegende Seiten zusammen und erhält so einen zylinderförmigen Behälter, dessen Höhe der Länge des Drahtgitters entspricht.

Oliviers Freundin Rose meint, er hätte besser die beiden anderen Seiten des Rechtecks zusammengeklammert. Dann wäre der Behälter nicht so hoch, hätte aber 20% mehr Volumen.

Hat Rose Recht? Begründet eure Antwort.



Mediapolis



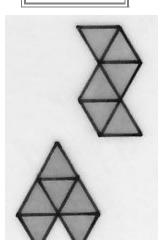
Mediapolis hat einen schachbrettartigen Grundriss wie Mannheim oder Manhattan.

An den Punkten A und B im Stadtplan befinden sich Polizeistationen

Von welchen Straßenkreuzungen aus ist die Fahrstrecke zu den Polizeistationen A und B gleich lang? Markiert sie im Plan farbig. Klebt den Plan dann auf euer Antwortblatt.



Hexamanten

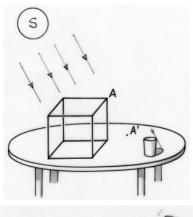


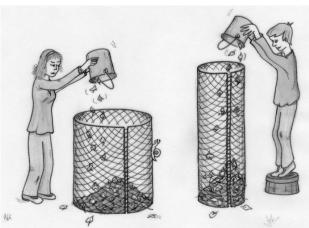
Ein Hexamant ist eine geometrische Figur, die entsteht, wenn man sechs identische gleichseitige Dreiecke aneinanderlegt.

Links seht ihr zwei Beispiele für Hexamanten. Diese zwei Hexamanten sind verschieden, denn sie sind nicht kongruent.

Zeichnet so viele verschiedene Hexamanten wie möglich auf das Dreiecksgitter im Anhang.







Aufgabe 8 5 Punkte

Pominobrüche



Jeder Dominostein kann für zwei Brüche stehen.

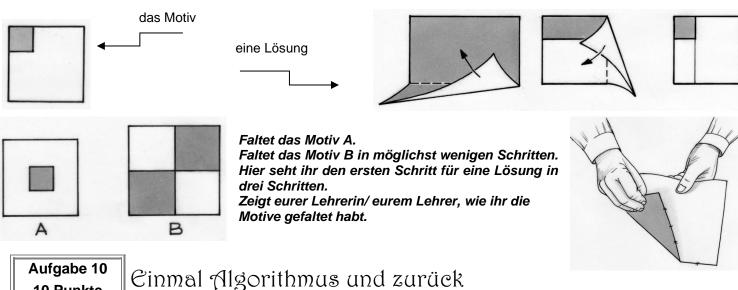
den Brüchen $\frac{2}{6}$ oder $\frac{6}{2}$ entsprechen : Zum Beispiel kann der Stein

Ordnet die fünf Dominosteine so an, dass die Summe der entsprechenden Brüche eine ganze Zahl ergibt. Zeichnet zwei Anordnungen auf, die jeweils eine andere Summe ergeben.



Motive falten

Mit quadratischen Blättern der Seitenlänge 15 cm, deren Vorder- und Rückseite verschiedene Farben haben, sollen in möglichst wenigen Schritten vorgegebene Motive gefaltet werden. Hier ist zum Beispiel ein Motiv, das in zwei Schritten gefaltet werden kann.



10 Punkte

Christoph fordert Yamina auf, sich eine beliebige vierstellige Zahl N zu denken. Yamina wählt die Zahl N = 3275. Dann soll Yamina folgenden Algorithmus anwenden:

- Berechne die Summe der 3 folgenden Zahlen:
 - erste Zahl: die Anzahl der Tausender in N (Für N = 3275 ist das 3)
 - zweite Zahl: die Anzahl der Hunderter in N (Für N= 3275 ist das 32)
 - dritte Zahl: die Anzahl der Zehner in N (Für N= 3275 ist das 327)
- Multipliziere diese Summe mit 9.
- Addiere zum Ergebnis die Quersumme der Zahl N.

Yamina ist ganz überrascht, dass sie auf diese Art wieder die Ausgangszahl N erhält. Christoph behauptet, dass das immer so ist.

Führt mit N = 3275 den Algorithmus durch und überprüft so Yaminas

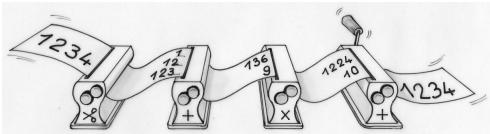
Beweist, dass dieser Algorithmus unabhängig von der gewählten Zahl immer wieder zur Ausgangszahl N zurückführt und bestätigt so Christophs Aussage.

Kleiner Tipp: Jede vierstellige Zahl " abcd " lässt sich schreiben als:

 $a \cdot 1000 + b \cdot 100 + c \cdot 10 + d \cdot 1$. Zum Beispiel:

 $3275 = 3 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1$

Hier wird der Algorithmus mit der Zahl 1234 durchgeführt.



Klasse 10

Aufgabe 11 5 Punkte

Prima neugs Jahr!

Für welche Primzahlen a und b gilt $a+b=2021\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$?

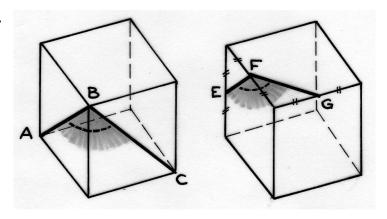


Aufgabe 12 7 Punkte

Winkel im Würfel

Auf je zwei Seitenflächen der beiden Würfel hat Jules Strecken gezeichnet. Die Punkte A, B und C sind Eckpunkte des linken Würfels Die Punkte E, F und G sind Kantenmitten des rechten Würfels.

Bestimmt die Weite der Winkel ABC und EFG. Begründet jeweils eure Lösung.

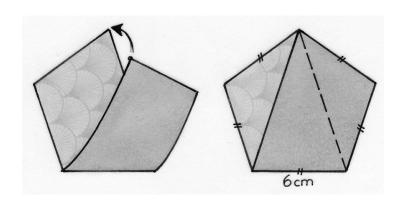


Aufgabe 13 10 Punkte

Eine Ecke mehr

Elisabeth hat bei einem viereckigen Blatt einen Eckpunkt auf den diagonal gegenüberliegenden Eckpunkt gefaltet. So hat sie ein regelmäßiges Fünfeck mit der Seitenlänge 6 cm erhalten.

Berechnet die Seitenlängen und die Winkel des viereckigen Blatts, das Elisabeth verwendet hat. Um was für ein besonderes Viereck handelt es sich? Schneidet ein solches Viereck aus, faltet es zu einem Fünfeck der Seitenlänge 6 cm und klebt es auf euer Antwortblatt

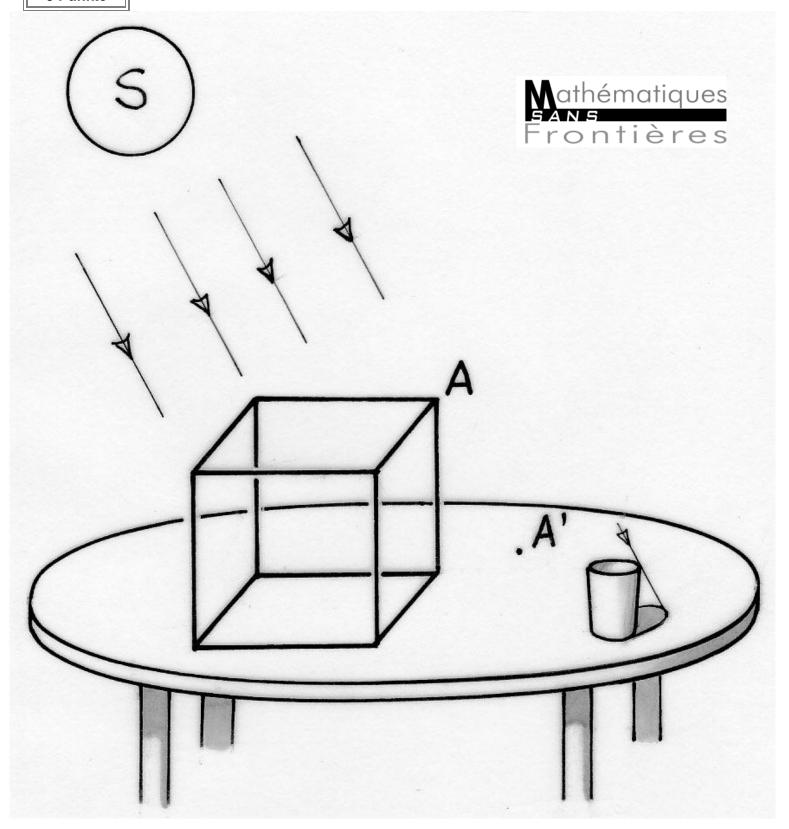




ANHANG

Aufgabe 4 5 Punkte

Der Schatten des Würfels



ANHANG

