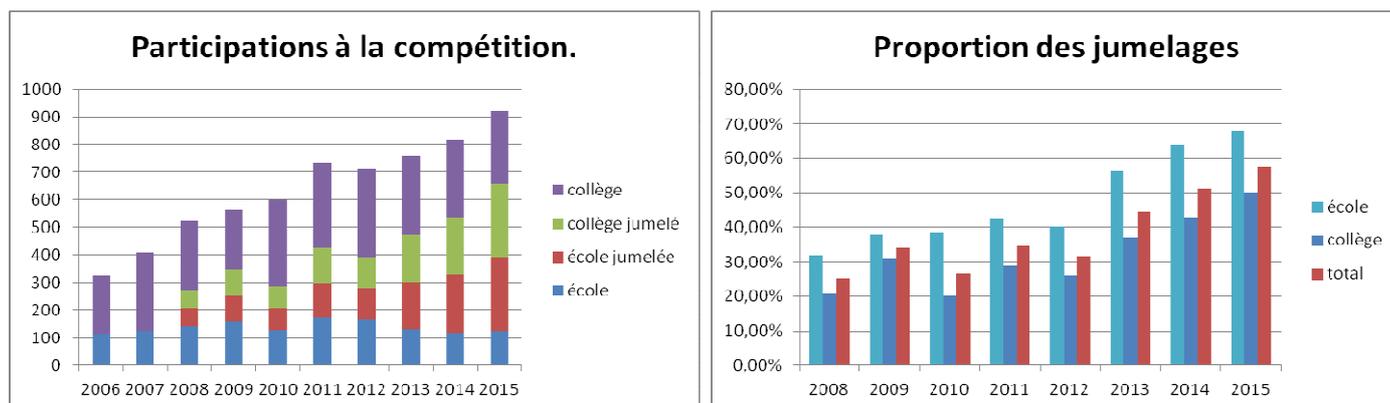


# Mathématiques Sans Frontières Junior : rapport de jury 2015

## Participation à l'épreuve finale de 2015.

En Alsace, des tendances de hausse confirmées.



La session 2015 de l'épreuve Mathématiques Sans Frontières Junior (MSF Ju) a rassemblé en Alsace 898 classes participantes. Cette année voit se confirmer les deux tendances repérées depuis maintenant 4 épreuves :

1. une hausse des participations (11% cette année, 23 % depuis 2012) adossée à une augmentation prononcée des jumelages (263 soit 526 classes cette année, en hausse de 21 % par rapport à 2014) pour atteindre 56 % des participations (proportion plus que doublée depuis 2012)
2. un accroissement constant de la part des jumelages dans les participations (la moitié des collèges et les deux tiers des écoles élémentaires en 2015), proportions quasiment doublées depuis 2012. Cette proportion atteint les 2/3 des CM2 jumelés, arrivant dans certains secteurs de collèges à un déficit de classes de CM2 en regard des classes de 6<sup>o</sup> postulant au jumelage. L'un des freins au jumelage est aussi la distance des déplacements, surtout ceux nécessitant des dépenses de transport.

Encore une fois, cette hausse durable s'explique bien sûr par l'intérêt de la compétition pour l'enseignement des mathématiques, par l'efficacité de ce support pour une liaison inter-degrés autour des mathématiques (cf. le [rapport de jury 2014](#)) et par un ancrage régional favorisé par les services académiques et nourri par le bouche à oreille chez les collègues quant à la qualité de l'épreuve. Il est clair que le contexte actuel et l'institutionnalisation forte des pratiques inter-degrés (mise en place des Conseil École Collège, cycle inter-degrés dans les nouveaux programmes de l'élémentaire) ont un effet de catalyseur sur cette hausse. Ces pratiques inter-degrés se généralisant, il est probable que ce nombre de jumelage est encore à prévoir en hausse.

## Participation dans le monde

Certaines classes à l'étranger sont rattachées à l'Alsace pour la correction. Les pays concernés sont l'Allemagne, le Danemark, la Belgique, le Togo, le Venezuela, le Gabon, La Guinée Equatoriale, l'Angleterre, le Cameroun, le Bénin, le Canada, les Etats-Unis, les Emirats arabes unis, la Turquie, la Malaisie, le Cambodge, l'Algérie, la Tunisie, le Cameroun et le Qatar. Le jury se félicite de l'expansion de la compétition qui touche cette année plus de 2 500 classes à travers le monde inscrites dans des secteurs organisés de manière autonome en France (les académies de l'Ile de la Réunion, d'Aix-Marseille et de Limoges) et à l'étranger : en Roumanie, en Allemagne, au Liban, en Pologne, en Egypte et surtout en Italie.

# Résultats de l'épreuve finale de 2015 en Alsace.

## Modalités de correction

Les principes de correction utilisent toujours les mêmes barèmes :

- Chaque réponse est notée sur 5 points.
- 4 niveaux de réponses symbolisés par des couleurs :
  - o Non Réponse (*blanc*) : la feuille de réponse non rendue ou rendue blanche.
  - o De 0 à 1,5 points (*blanc*) : le problème n'est pas compris et les procédures sont fausses. Le 0 est utilisé pour une feuille proposant des réponses pour lesquelles la situation et/ou le problème ne sont pas représentés.
  - o De 2 à 3,5 points (*jaune*) : le problème est représenté, des procédures et des éléments de la démarche sont justes, le résultat est faux.
  - o De 4 à 5 points (*vert*) : le résultat est juste, la démarche et la procédure sont correctes.
- La qualité formelle de la réponse (soin, précision, qualité graphique, etc.) peut être valorisée à hauteur maximale de 1 point pour chaque épreuve.

Les classes donnant une réponse pour chacune des épreuves obtiennent un point de bonus.

Depuis 2011, la correction en Alsace est organisée sur un seul centre. Chaque épreuve est corrigée par le même jury, composé de deux à six membres. Les barèmes anticipés sont ajustés à la production des élèves après une première lecture d'un échantillon des réponses. Chaque jury rédige par la suite un compte-rendu de correction dont le barème peut servir d'appui pour ceux appliqués dans les autres centres, nationaux et internationaux.

## Les sources du rapport

Ce rapport est basé sur l'analyse des résultats et s'appuie sur plusieurs données :

- les rapports des jurys de correction de l'équipe d'Alsace (un grand merci aux équipes pour la qualité de leurs rapports et la finesse de leurs corrections sans lesquelles ce niveau d'analyse ne serait pas possible) ;
- l'observation de la passation par une grande partie des membres de l'équipe de correction mais aussi de conception ;
- des entretiens avec des enseignants ;
- l'analyse des productions d'élèves mais aussi de séquences filmées.

Ces dernières données sont nouvelles et devraient donner lieu à une diffusion sur le site Internet afin de l'alimenter en documents pédagogiques accompagnant les annales.

## Accès aux résultats

Les tableaux de réussites sont téléchargeables sur :

[http://maths-msf.site2.ac-strasbourg.fr/MSF\\_junior/Resultats15.htm](http://maths-msf.site2.ac-strasbourg.fr/MSF_junior/Resultats15.htm)

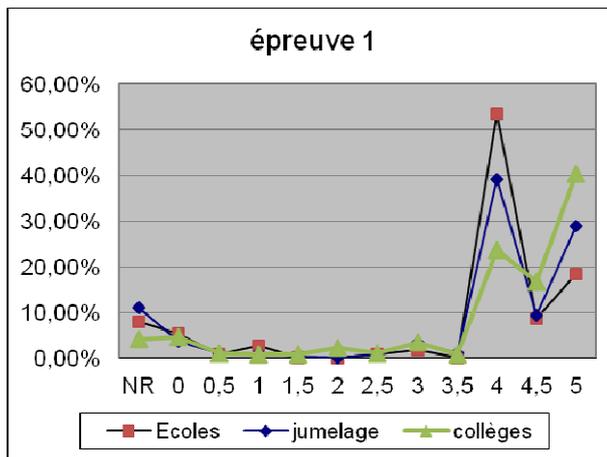
Les codes de couleur (cf. barème) indiquent, de manière qualitative et anonyme, les réussites de chacun.

# Analyse par épreuve.

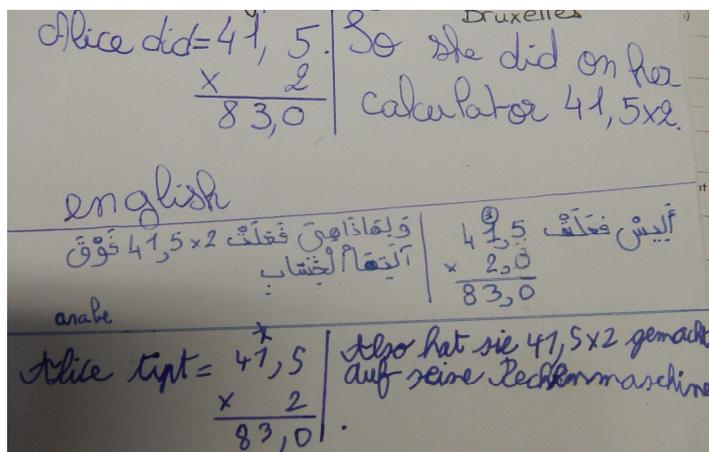
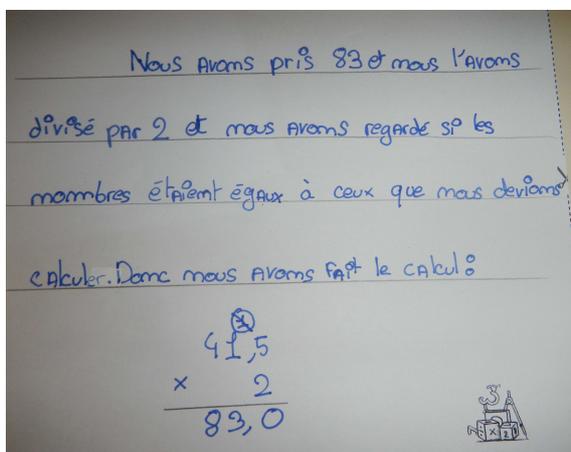
## Épreuve 1 : 731705

Moyenne : 4,1 Médiane : 4

L'épreuve en langue étrangère a semblé, cette année, ne poser que très peu de difficultés, en tout cas pour les mathématiques. Même si on peut nuancer ce propos car une classe sur dix ne s'est clairement pas représenté la situation (taux de Non Réponses, NR sur le graphique ci-contre mais aussi les réponses ne correspondant pas à la question : multiplications posées, équations, etc.), le problème (modèle mathématique donné, calculs simples) était aisé à traiter pour les classes des deux niveaux.



Si l'exercice est donc majoritairement réussi (85 % de code 4 à 5), plus d'un tiers des équipes



ont oublié de répondre en langue étrangère (code 4 sur le profil ci-dessus). Une erreur de distraction par rapport à la consigne, un manque d'entraînement ou de retour sur l'entraînement, une difficulté en langues ? Une pratique plus régulière de la langue étrangère des élèves en 6° peut expliquer cette différence notable entre les profils des CM2 et des 6°.

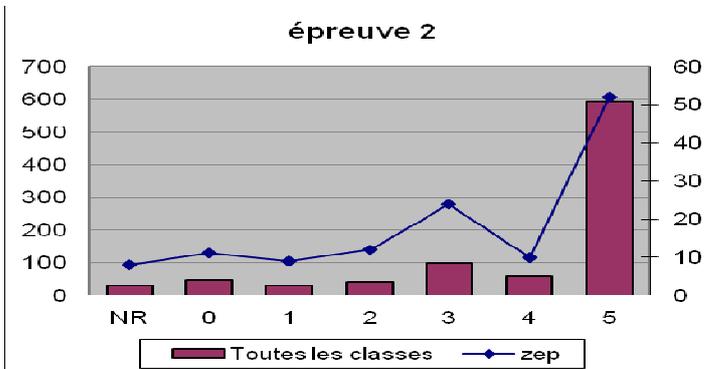
## Épreuve 2 : Liaisons multiples.

Moyenne : 4,0 Médiane : 4,5

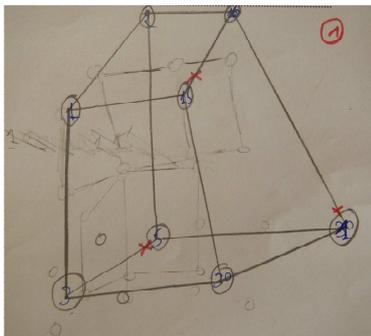
Cette épreuve a été réussie par plus de 70% des classes. De plus, quelques rares classes (une vingtaine) n'ont pas produit de réponses censées.

Ce modèle mathématique simple, faisant appel à la notion de multiple, notion assez bien maîtrisée en fin de cycle 3, explique probablement ces résultats. De plus, si l'habillage est géométrique, en 3D même, la présentation de la figure fait qu'elle

s'apparente assez facilement à un jeu de grille. Ces types de jeux, depuis leur renouveau initié par le Sudoku, sont régulièrement fréquentés à l'école mais aussi en dehors.



Des constats à relativiser quand on observe le nombre de classes qui font au moins 2 erreurs de calcul (1 classe sur 6 en général, 1 sur 4 en ZEP) ou dont les réponses (1 classe sur 10, le double en ZEP) montrent notamment une mauvaise interprétation la relation « multiple de » dans cette situation de transfert simple. Ainsi, pour ces réponses,  $a$  est multiple de  $b \Rightarrow$



$b = n \times a$ , ce qui est une erreur de raisonnement basique. Le hasard des calendriers fait que le sujet de concours de recrutement des professeurs des écoles proposait un exercice faisant intervenir littéralement « A dont 111 est un multiple ». Un nombre non négligeable de copie (un tiers environ) traduisait cela par  $A = n \times 111 \dots$ . Ce constat permet de conforter l'idée que ces erreurs doivent être traitées afin de ne pas persister tout au long du cursus des élèves. Un argument supplémentaire pour l'enseignement explicite des raisonnements de base...

Enfin, une disparité étonnante : si les écoles et les collèges ont des réussites comparables, les premières utilisent beaucoup plus souvent la grille, comme le demande la consigne, que les seconds... Un effet de contrat didactique autour du respect de la consigne ?

Cette épreuve est une situation classique de transfert de notions normalement assises à cet âge là, avec un contrat didactique ludique et des contenus maîtrisés : une occasion de valoriser les réussites des élèves ! Pour aller plus loin, ce problème pourrait être un outil de repérage des difficultés à calculer ou transférer en mathématiques. Voilà une utilisation pédagogique possible des épreuves de MSF Ju : une évaluation très efficace de la maîtrise de certaines compétences de base en situation de transfert !

**Epreuve 2 : Liaisons multiples**  
 Pierre veut réaliser cette construction cubique.  
 Il dispose de bâtonnets aimantés et de boules aimantées numérotées :

1 2 3 5 6 10 15 30

Un bâtonnet relie deux boules uniquement si l'un des nombres inscrits est multiple de l'autre.  
 Numérote le schéma de la construction de Pierre.

*Nous avons commencé par placer la boule n°1. Nous avons ensuite placés les boules n° 3, 2, 5. Après nous avons regardé les multiples en commun pour placer les dernières boules.*

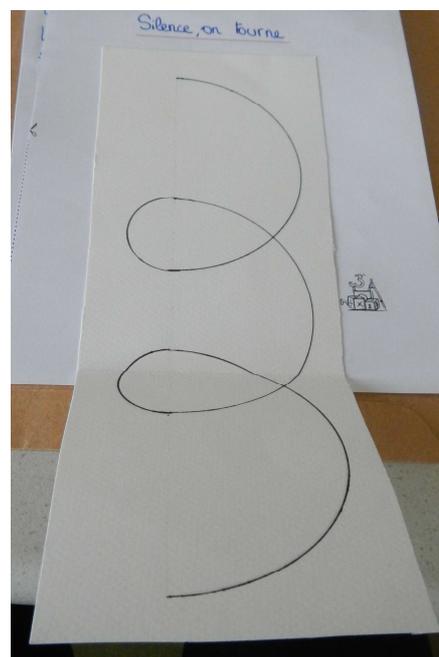
**Épreuve 3 : Silence, on tourne !**

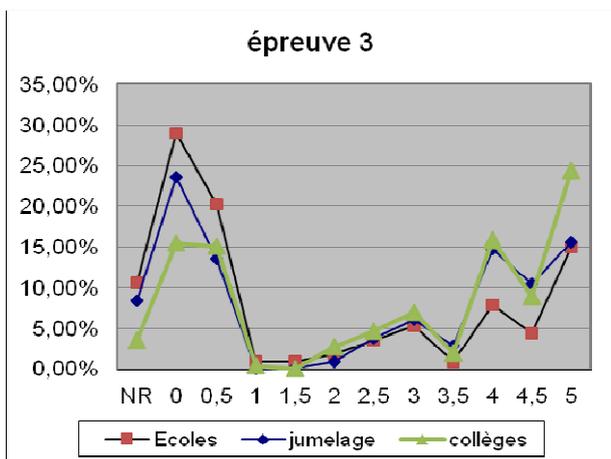
**Moyenne : 2,7**

**Médiane : 3**

On oublie trop souvent que le fait de reproduire une figure géométrique, tâche fréquentée régulièrement en classe, est une situation complexe en soi. Pour peu que les éléments essentiels au tracé ne soit pas donnés mais à déduire de l'observation de la figure et de la connaissance des propriétés des figures utilisées, et la situation devient une véritable situation de transfert et un accès à un des objectifs du cycle 3 : passer d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée et démonstrative.

Cette analyse didactique a priori et la volonté de proposer des situations problèmes de géométrie avaient incité l'équipe de conception à proposer une épreuve de tracé géométrique. Les cercles, avec un vocabulaire spécifique et la difficulté à les tracer quand les centres ne sont pas explicitement donnés et les rayons et/ou diamètres sont à déduire ou calculer, semblaient tout indiqués...

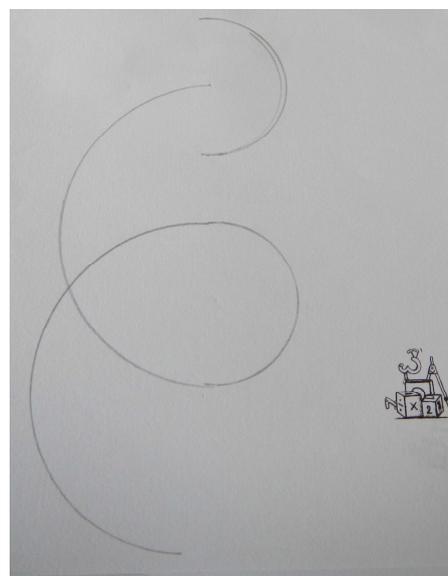




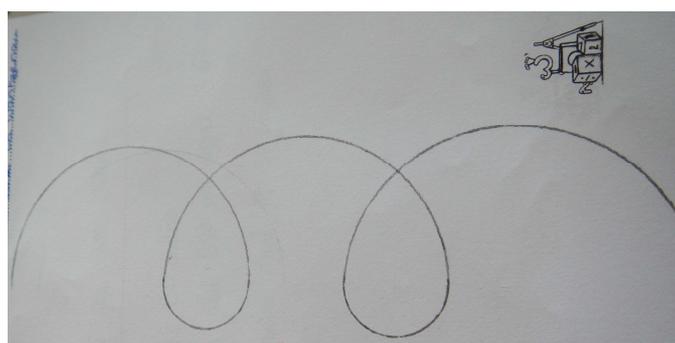
Les difficultés attendues ont été bien constatées : les confusions rayon/diamètre sont à l'origine de la plupart des tracés complètement faux (réponse à 0 point, jusqu'à un tiers des écoles, un sixième des collèges) ou des tracés mal ajustés (réponse à 3 points notamment) voir 2 fois trop grands (réponse 2 et 2,5 points). A noter que l'observation de la passation a montré que le fait d'avoir une « feuille trop petite », comme l'ont fait remarquer nombre des classes observées, a été un bon moyen d'autocontrôle sur la validité de la réponse... mais n'a pas empêché 15% des classes de proposer des dessins sur des feuilles ajoutées !

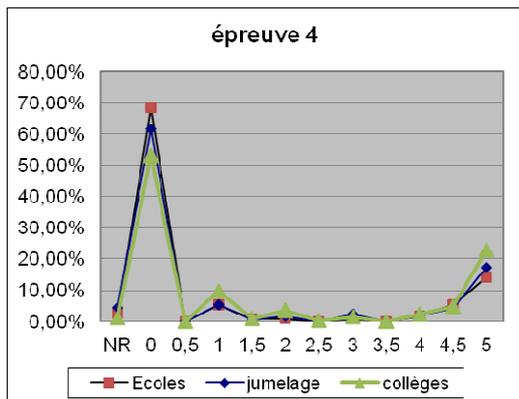
De même, le repérage et le positionnement des centres ont causé bien des difficultés menant à des tracés d'un simple demi-cercle ou des tracés inachevés pour associer petits et grands demi-cercles.

Enfin, la décomposition de la figure, malgré les pointillés, n'est pas apparue si facile : le quart des classes qui ont obtenu des valeurs de rayons correctes (environ 2 tiers d'entre elles) n'a pas réussi à agencer correctement les demi-cercles. Au final, le tiers des classes (plus de 40 % des 6°) proposent un tracé correct, la moitié d'entre eux étant trop peu précis ou soignés pour motiver les 5 points (réponses à 4 et 4,5 points). Le taux de réussite supérieur des classes de 6° est probablement un effet de ce passage à une géométrie instrumentée basée sur les propriétés des figures. Une rupture nécessaire entre école et collège, à accompagner par une réflexion inter-dégrés que ne manquera pas de stimuler la création du nouveau cycle 3 regroupant les classes de CM et de 6°.



Même si la proportion de classe incapable de proposer un début de tracé correct reste significative (10 % des CM2), cette épreuve a toutefois permis aux élèves de s'engager dans une démarche de recherche en géométrie, dans une situation comprise, mettant en jeu des savoirs mathématiques à convoquer clairs, avec des procédures d'ajustement et d'autocontrôle. Elle a atteint les objectifs de la compétition.



**Épreuve 4 : Plus vite que son ombre****Moyenne : 1,5****Médiane : 0**

Plus vite que son ombre est une nouvelle épreuve appelée à mobiliser la proportionnalité, nouveauté au cycle 3 et première approche de ce monde des rapports, enjeu majeur pour la compréhension des mathématiques. L'épreuve 4 proposait donc un habillage médiéval fantastique d'une situation de proportionnalité classique.

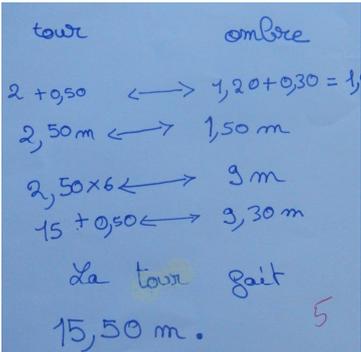
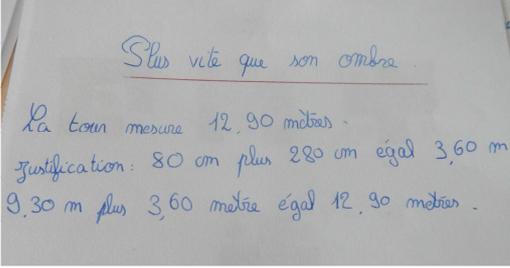
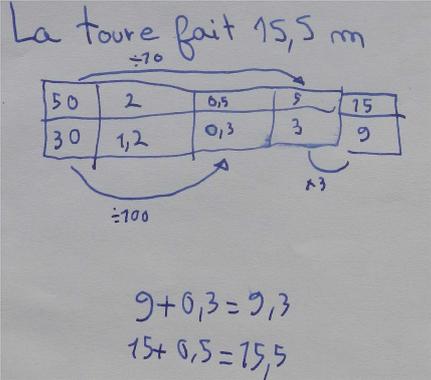
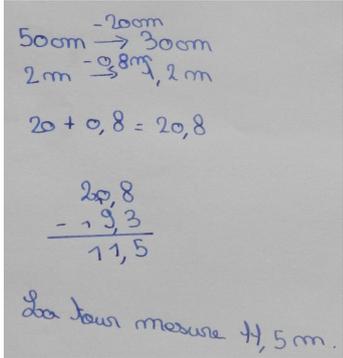
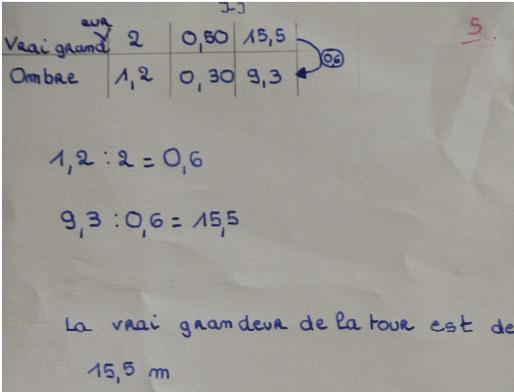
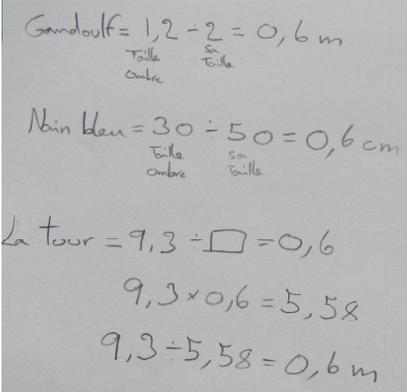
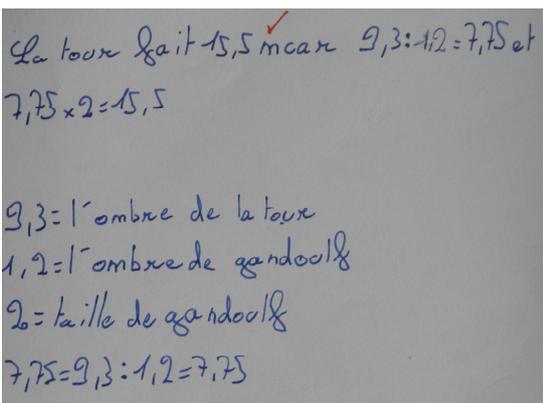
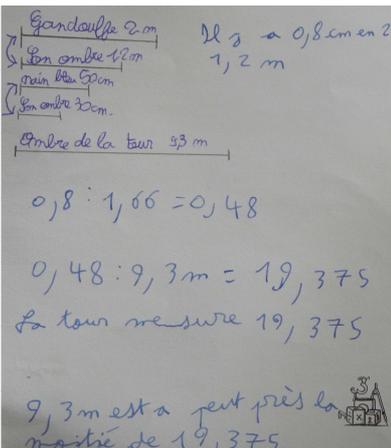
Le premier constat est sans appel : malgré la présence du mot proportionnel, malgré une illustration qui facilitait la compréhension de la situation, malgré la donnée de deux couples de mesure (personnage, ombre), malgré l'accessibilité du rapport de proportionnalité interne ( $3/5$ ), la médiane de l'épreuve est de 0. Plus de la moitié des classes (jusqu'à deux tiers pour les CM2) proposent des procédures qui ne s'appuient pas ou presque sur la proportionnalité. Seules 15 % des classes de CM2 et 25 % de celles 6<sup>o</sup> produisent une réponse juste.

Une première analyse des profils de résultats fait apparaître une différence essentielle dans la compréhension d'un problème : le faible nombre de non réponses (30 classes sur les 900) et le fait que la plupart des productions répondent à la question prouvent que la représentation de la situation s'effectue. L'heroic fantasy est désormais un univers connu, les adaptations cinématographiques des œuvres de Tolkien étant passées par là depuis l'épreuve 2 de 2007 pour laquelle le même contexte avait posé des soucis.

A contrario, le taux important de réponses à 0 point montre que la représentation du problème n'est, quant à elle, pas faite : les élèves comprennent l'histoire mais ne sont pas capables d'identifier et de convoquer les mathématiques sous-jacentes, malgré la mention du terme proportionnel. Ce constat est aussi accentué par un effet de barème révélé par l'examen des productions : une partie des raisonnements montrant une allusion à la proportionnalité (notamment le recours à des procédures additives ou multiplicatives fausses) a été incluse dans les réponses à 0 point.

À cette difficulté majeure d'identification d'une situation de proportionnalité, se sont ajoutées certaines embûches, comme le fait d'avoir un coefficient peu facile à gérer pour des élèves encore peu solides dans la manipulation des décimaux (0,6 voire pire 5 tiers pour le rapport personnage/ombre) ou la gestion des deux rapports, externe et interne (le premier, entre 9,3 et 1,2, n'étant pas immédiat) voire la manipulation des mesures de longueur qui ne paraît pas avoir été cruciale à l'analyse des productions, contrairement aux épreuves 8, par exemple.

Une fois cet obstacle d'identification de l'outil mathématique à convoquer levé, les procédures et les démarches employées foisonnent et sont représentatives de celles utilisées par des enfants de 11 à 12 ans (pas forcément de manière juste et efficace, voir les productions ci-dessous) : la linéarité (procédures additives souvent fausses mais aussi des procédures multiplicatives confuses notamment du fait de la présence des deux personnages), l'utilisation de rapports de proportionnalité (sous forme décimale ou fractionnaire, externe ou interne) voire de raisonnements originaux comme la représentation par des triangles rectangles à l'échelle des couples objet/ombre, jusqu'au classique tableau de proportionnalité, assez peu vu mais bien utilisé la plupart du temps.

Procédures	Justes	Fausses
Procédure par linéarité	<p>Un mélange efficace dans une démarche bien structurée</p> 	<p>Procédure additive fausse</p> 
	<p>Une utilisation empirique du tableau</p> 	<p>Les dangers des procédures soustractives</p> 
Utilisation du coefficient de proportionnalité	<p>Utilisation du rapport interne en appui sur le tableau.</p> 	<p>Une erreur « proto-algébrique » non repérée par manque de procédure de contrôle.</p> 
	<p>Une gestion personnelle et efficace du rapport externe.</p> 	<p>Un rapport externe moins bien géré ou... quand le schéma ne fait pas tout !</p> 

Ainsi, après analyse, ce premier effet saisissant (médiane nulle !) peut être nuancé : cette épreuve n'est pas un échec de conception. En effet, la situation est comprise, quasiment toutes les classes produisent une réponse : les classes s'engagent dans la résolution (3,5 % de non réponse, 2,2 % pour les ZEP). Il est à noter que les démarches proposées couvrent un panel très représentatif des procédures, justes ou fausses, classiquement convoquées dans un problème de proportionnalité. C'est le prototype de l'épreuve qui peut devenir une excellente situation problème initiale permettant de valider et hiérarchiser les procédures personnelles des élèves.

Les résultats à cette épreuve illustrent le fait que la proportionnalité est encore en construction à cet âge, ce qui n'est pas étonnant pour cette notion qui recouvre des situations avec un modèle mathématique commun, certes, mais plus diverses qu'il n'y paraît et assez différemment perçues par les élèves (voire les travaux de Robert Adjage sur le sujet). De plus, la proportionnalité est l'occasion d'appliquer voire de transférer nombre de connaissances pas encore assises (multiplication et division, manipulation de décimaux, conversions de mesure) dans une situation ici assez claire mais où ces connaissances doivent devenir opérationnelles et les données mises en cohérence.

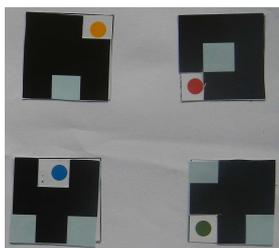
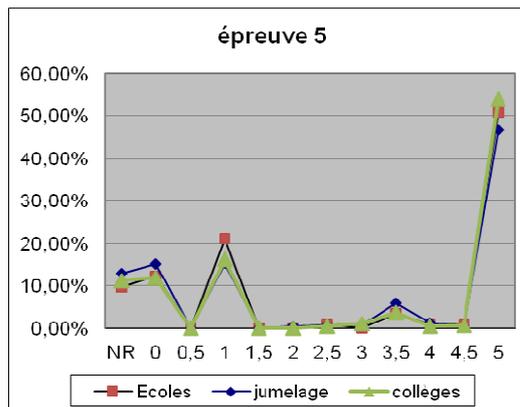
Cette notion difficile de proportionnalité n'est peut-être pas dans la zone proximale de développement de tous, certes, mais cette fréquentation de la proportionnalité est un enjeu fondateur pour la compréhension des mathématiques. C'est aussi un objectif d'enseignement dont les enseignants sont bien conscients et qui est assez systématiquement mis en œuvre, il est vrai parfois tardivement, en CM2. La nette augmentation des réussites entre le CM2 et la 6<sup>e</sup> est, certainement, le résultat de cette année supplémentaire d'enseignement et sera, à n'en pas douter, un des enjeux du futur cycle 3.

**Épreuve 5 : Lumi-cache**

**Moyenne : 3,8**

**Médiane : 4**

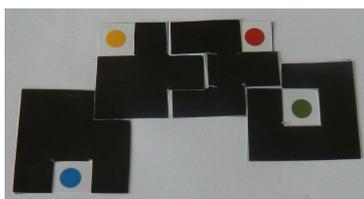
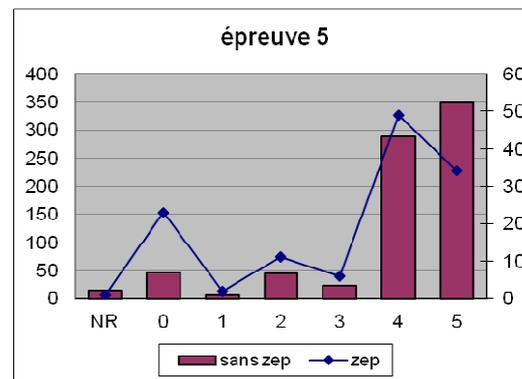
Cette épreuve avait pour objectif de permettre aux élèves de manipuler en géométrie, notamment en jouant sur des effets de symétrie et de positionnements relatifs des objets. La situation demandait des connaissances culturelles (une dalle de spot) et l'énoncé était typique de ceux mélangeant des informations de nature et de fonctions variées : texte intégrant des conditions qui s'appliquent sur l'illustration, images utiles ou non à la résolution, gestion des annexes.



Ces caractéristiques textuelles expliquent probablement le taux de Non Réponses ainsi que les réponses à 0 point (de 20 à 25 % des classes), correspondant à la non représentation de la situation. A noter que si la proportion est significativement la même en ZEP/REP, elle se répartit très différemment : quasiment aucune Non Réponse mais le double de réponse à 0 point. Cela tend à prouver que si l'énoncé était attrayant, il comportait des particularités textuelles qui posent plus de

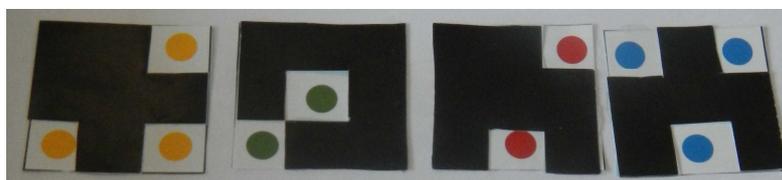
difficultés dans les contextes d'éducation prioritaire, comme constaté lors des sessions précédentes (voir les rapports de jury depuis 2008).

A noter que le taux de Non Réponses est plus important au collège qu'à l'école... un effet de contrat didactique pour une épreuve pas assez mathématique ou trop enfantine selon les représentations des collégiens ? Difficile de l'affirmer sans entretien d'explicitation.



Une fois la situation représentée, c'est la représentation du problème qui fait obstacle (réponse à 1 point : contrainte sur les couleurs non respectées ou modifiées) ou des réponses partiellement justes (oubli d'une couleur, réponses tronquées) qui relèvent fréquemment d'erreurs de gestion de la tâche et notamment des annexes (manque une couleur ou plusieurs fois les mêmes couleurs).

En conclusion, les 3/4 des classes sont entrés dans le problème puis ont manipulé pour résoudre une situation géométrique, en y ajustant leur manipulation et leur raisonnement : un des buts recherchés par la compétition. Un taux de réussite à 50 % renforçant le sentiment de compétence et de puissance des mathématiques. Une réussite pour tous et notamment pour l'équipe de conception !



**Épreuve 6 : MSFCF, c'est possible !**

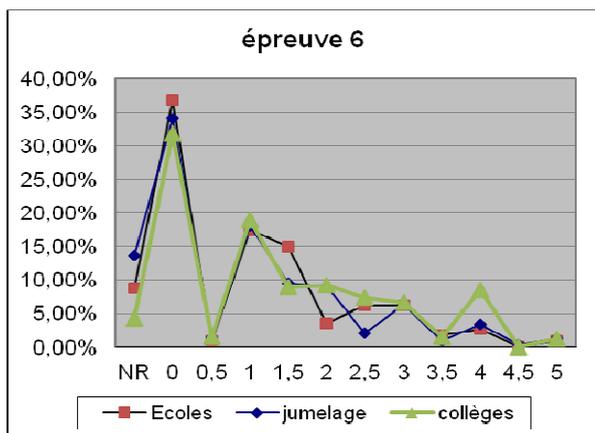
**Moyenne : 1,3**

**Médiane : 1**

Cette épreuve, appuyée sur une situation a priori assez attrayante (comme l'ont confirmé les observations et le taux de Non Réponses), propose un des taux de réussite les plus bas de l'épreuve depuis une dizaine d'années : seulement 10 % de code couleur vert... La faute bien sûr à la forme de la réponse ! Conçue a priori pour faciliter la résolution et pour avoir accès aux étapes, l'annexe et sa gestion ont vite transformé cette situation en épreuve, au sens littéral du terme, de gestion laborieuse et fastidieuse de découpage et recollage pour les élèves et en un casse-tête pour le jury de correction.



Un des autres aspects est la compréhension de la situation elle-même : beaucoup de groupes n'ont pas compris le mode de composition du train (découpant le train pour le recomposer comme sur le résultat) ou ne collent que l'étape de la fin, sans faire mention des étapes, montrant ainsi une incompréhension de la consigne, non pas en tant qu'action (colle...) mais son lien avec la situation (... les étapes).



Les réponses produites se répartissent en trois catégories :

- des réponses qui montrent que le problème est représenté : déplacement correct des trains (réponse 1 et 1,5) ;
- une description des étapes compréhensibles (réponse 2 à 3,5) mais non optimisée ou avec une erreur ;
- le nombre d'étapes est optimisé, la qualité de la réponse étant prise en compte (de 4 à 5).

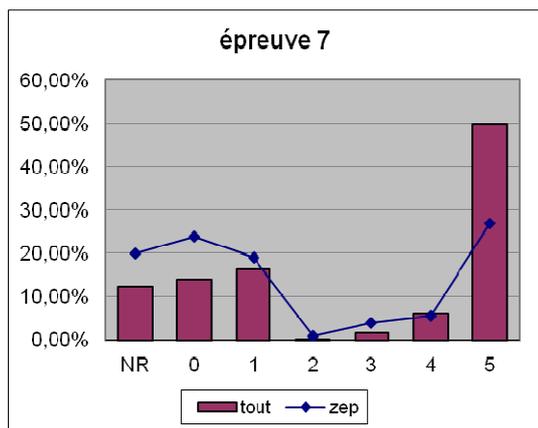
On l'a vu lors de la passation, on le voit sur la courbe ci-dessus, les classes qui se sont représentés la situation (70 % des classes environ), puis le problème (50 % des classes), ont ensuite buté sur la forme de la réponse, ce qui rend les résultats difficilement interprétables, si ce n'est une capacité des groupes d'élèves à s'adapter soit en persévérant soit en proposant d'autres formes de réponse. Mais ce ne sera pas une surprise pour tout lecteur régulièrement au contact des élèves...

Cette épreuve restera dans les annales de la compétition comme un repoussoir pour les équipes de correction et l'exemple d'une forme de réponse gâchant la situation pour celles de conception. Elle est aussi une illustration d'un adage souvent entendu en formation : trop de matériel tue la manipulation ! Elle pourrait être aussi un rappel formateur pour tous les enseignants d'un des paradoxes dans l'enseignement des mathématiques : la manipulation est certes essentielle pour construire un raisonnement et une démarche mais tant qu'on ne raisonne pas, manipuler n'est pas faire des mathématiques...

**Épreuve 7 : Le cœur a ses raisons**

**Moyenne : 3,4**

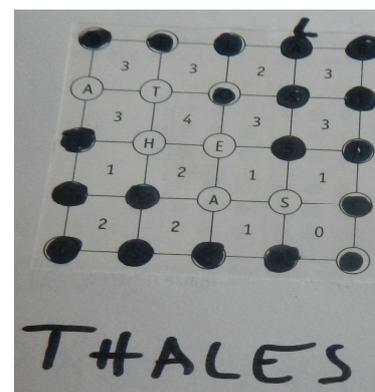
**Médiane : 5**



Cette épreuve s'apparentait à un jeu de grille, comme l'épreuve 2, mais avec des conditions plus ardues : une relation entre les cases plus complexe (chaque sommet est relié à 4 cases sur lesquelles portent les conditions, un rapport implicite entre sommets des carrés et bulles contenant les lettres), un énoncé plus complexe à traiter (types variés des textes de l'énoncé, difficultés langagières, relation entre les différents types de texte donnée par une phrase complexe) et une procédure de contrôle de la démarche seulement à la résolution de l'épreuve.

Il fallait pour cela obtenir toutes les lettres nécessaires à composer le nom d'un mathématicien à la fin (il n'y avait pas de procédure de contrôle externe à la situation avant que la démarche soit achevée), ce qui demandait des connaissances culturelles (Blaise Pascal...). Le profil ci-dessus et la moyenne montrent que la grande majorité des classes est entrée dans le problème et s'est représenté la situation (75%) : trouver le nom d'un mathématicien grâce à la grille. Parmi elles, une classe sur 6 propose un nom sans rapport (1 point au total), ce qui, croisé avec les constats lors des observations, met en évidence deux difficultés :

- transformer la condition écrite (2<sup>ème</sup> phrase de l'énoncé et grille à côté) en procédure pour identifier les cases à noircir ou non.
- mener la démarche à terme. En effet, des classes ont proposé des noms, souvent de mathématiciens, comme Thalès ou Ératosthène (voir ci-contre) : les élèves finissaient par noircir des cases en identifiant les lettres qui composent le nom du mathématicien deviné. Cette méthode a aussi été observée une fois le nom de Blaise Pascal deviné par le groupe...



Pour ces démarches, la contrainte finale (langagière et culturelle) prenait le pas sur les procédures mathématiques dans la grille. Le profil des écoles ZEP, où les difficultés langagières sont plus fréquentes et les faits culturels moins maîtrisés, tend à confirmer l'importance du langage dans cet énoncé (le profil montre que seule la moitié des classes produit une réponse sensée, un tiers produit la réponse juste) ou de la culture dans la formulation de la réponse (une proportion double de classes sans nom de mathématicien formulé mais avec une grille juste, 3,5 points au barème).

On retrouve ainsi un profil assez caractéristique (cf. rapport 2014) de ces épreuves dont l'énoncé mélange différents types de texte et dont la condition est formulée de manière mathématique. Pour ce type d'épreuve, le plus difficile est surtout de se représenter la situation et le problème, du fait de difficultés langagières et culturelles (cf. rapport 2011 pour les difficultés et leur influence). Mais ce modèle mathématique a posé beaucoup moins de difficultés que celui de l'épreuve 2 de 2007, « le labyrinthe », qui reposait sur le même principe. Simplement, le texte moins structuré et concis ainsi que l'habillage dans un contexte peu connu des élèves (médiéval fantastique avant les adaptations de Tolkien) ont fait que, cette année là, la moyenne était tombée à 1,5... La preuve d'un progrès de l'équipe de conception qui a développé un savoir faire dans la proposition de situations faisant sens, dans la « zone proximale culturelle », rédigées de manière à minimiser l'impact des difficultés langagières.

**Épreuve 8 : Sans pile, on perd la face.****Moyenne : 1,9****Médiane : 1,5**

Depuis 2013, l'épreuve 8 est devenue traditionnellement l'épreuve où tout ou partie des données sont manquantes. Deux compétences sont donc plus spécifiquement en jeu pour cette épreuve (voir le rapport de 2014 et une analyse plus poussée des procédures des élèves) :

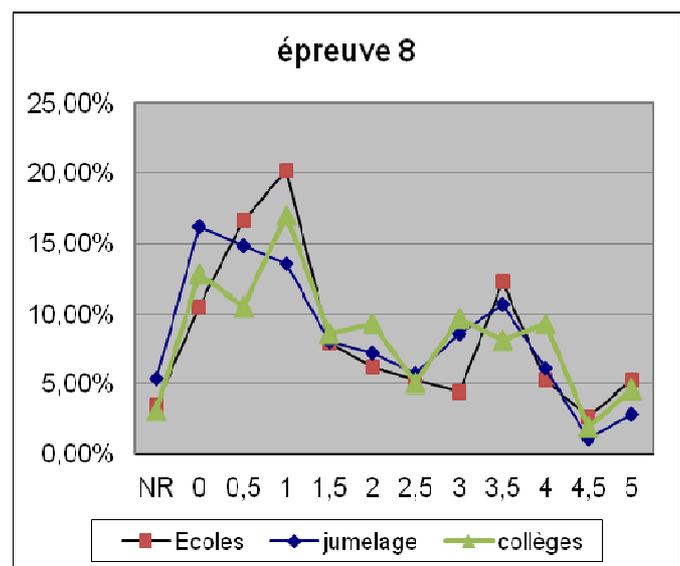
- l'identification des données manquantes, qui demande bien sûr une représentation de la situation et du problème mais aussi une première idée de l'instanciation du modèle mathématique. Pour savoir ce qui manque, il faut savoir ce que l'on cherche... et comment le trouver !

- une estimation pertinente de ces données, faisant appel ainsi à des connaissances mathématiques (en mesure pour la troisième fois de suite). Les élèves doivent faire le lien entre unités de mesure et réalité, ce qui explique le fait que les situations sont proches du vécu des enfants et font appel à des objets immédiatement accessibles et/ou souvent fréquentés par les élèves (des écoles et des élèves en 2013, des voitures et une rue en 2014 et, cette année, la pile des sujets). Cette épreuve 8 faisait encore une fois appel au « sens de la mesure » (pour reprendre le titre de l'ouvrage didactique sur la mesure de D. Rouche).

Quatre critères ont donc été retenus par le jury de correction de cette épreuve :

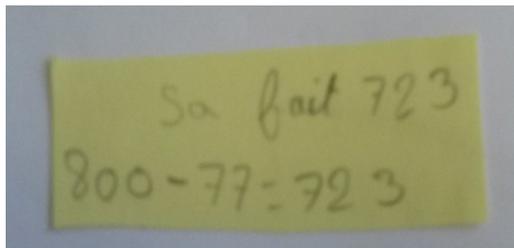
- la pertinence de l'estimation des hauteurs des sujets : les réponses comprises entre 0,1 et 1 mm et correctement justifiées ont été retenues comme valides. Les procédures utilisant la mesure de la hauteur d'une pile de plusieurs sujets comme méthode d'estimation de l'épaisseur d'un sujet ont été valorisées. A noter qu'une proportion non négligeable de copies a montré une confusion entre sujets et feuilles réponses, ce qui influait sur l'épaisseur totale ;
- la référence explicite au fait que le nombre de sujets par classe est estimé et donc la hauteur approximée ;
- le retour à la comparaison à la montagne (avec cette connaissance scientifique sous-jacente : quelle est la hauteur d'une montagne ?) et la réponse à la question.
- bien évidemment, la qualité mathématique de la démarche : pertinence, justesse une fois les estimations faites.

Le jury de correction a utilisé un barème qui attribue les points selon la présence de ces divers éléments. Ce type de barème rend plus difficile une interprétation directe des notes qui ne hiérarchisent pas les procédures (comme dans la plupart des autres barèmes depuis des années). Le jury a toutefois veillé à garder une cohérence avec l'idée que les réponses à plus de 4 points donnent une réponse juste, et les réponses à moins de 2 points ne donnent pas une démarche correcte et dans lesquelles les procédures sont partiellement justes.



Ce profil montre qu'une classe sur 5 ne s'est pas représenté la situation (NR et certaines réponses à 0 point) ou le problème (la majorité des réponses à 0 point). Pour ces dernières, les deux types de productions (les réponses a-mathématiques ou celles dont le contrat didactique autour de la résolution de problème reste un cliché : trouver l'opération à

faire) laissent à penser que ce type de problèmes avec données manquantes a été trop peu fréquenté.



Nous pensons que Charlie a tort.  
Car, nous ne savons pas combien d'élèves il y a dans les classes, et nous ignorons aussi si tous les sujets sont correcte.

Non car Les feuilles sont très fines et les montagnes très grandes, les montagnes ne touchent pas, les feuilles sont

Un manque voire une absence d'entraînement ou de retour sur cet entraînement ? Une incompréhension de l'exercice ou une non prise en compte des recommandations proposées dans la note explicative ? Ce type d'erreur pourrait être évité en proposant lors de l'entraînement un retour sur l'épreuve 8 avec des rappels appropriés et des recommandations pertinentes.

Le rapport de jury et l'analyse des productions permettent de dégager plusieurs sources d'erreurs :

- les manipulations de mesures de longueur : estimation de la hauteur des feuilles, conversions et calculs (notamment lors des calculs de la hauteur totale de la pile de sujets) ;

Dans une classe, il y a a peut près 30 élèves on fait :  $800 \times 30 = 24000$   
une montagne mesure entre 3000 et 4000 m dont une feuille mesure a peut près 01 mm.  
 $1 \text{ cm} = 100 \text{ mm}$   
 $24000 \div 100 = 240$  parce que la taille d'une montagne est mesuré en m donc, la pile fera 240 m.  
Non, sans faire pas la taille d'une montagne cela fera beaucoup moins, la pile fera 240 m de hauteur.

Classe = 50 sujet  
un sujet = 1 mm  
Vu qu'il y a 50 sujet par classe.  
 $50 \text{ sujets} = 50 \text{ mm} / 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$   
donc 5 cm de sujets par classe  
Il y a 800 classes inscrites donc  $800 \times 5 =$   
 $4000 / 4000 \text{ cm} = 4 \text{ m}$   
Une montagne fait plus que 4 m de hauteur.

- les représentations du problème : confusion épreuve/sujet/feuille-réponse, estimation du nombre de sujets dans la pile. La transcription de l'idée de montagne en données mathématiques a causé des débats : certains ont pris la montagne au sens général de très haut (avec toute la subjectivité que cela implique). Beaucoup ont eu l'excellent réflexe de regarder dans le dictionnaire la définition d'une montagne et notamment de sa hauteur ;

- des justifications absentes ou parcellaires, parfois a-mathématiques, une réponse effective non formulées et la comparaison à la montagne non explicitée ou fausse.

Le fait de cumuler ces erreurs a amené à un étalement du profil, les réponses ayant obtenu un 1 point étant bien souvent des réponses proposant une démarche correcte mais présentant plusieurs des erreurs mentionnées ci-dessus.

D'abord on fait la moyenne de la largeur de la feuille qui est de 0,5, puis on le multiplie par le nombre de classe qui y participe qui est de 800 ce qui nous donne un résultat de 32 400cm qui correspond à 324 m la taille d'une petite montagne

•  $800 \times 30 = 24\ 000$  sujets  
 •  $24\ 000 \times 0,1 = 2400$  cm  
 $= 24$  m  
 donc je pense que la pile ferait 24 m.

La plus fréquente de ces erreurs est l'estimation de la hauteur d'un ou de plusieurs sujets. On attendait, et on a pu observer, des raisonnements faisant intervenir la proportionnalité (mesure d'un nombre de sujets puis division de cette hauteur ou utilisation dans la démarche utilisée pour trouver la hauteur de la pile) ou des estimations au jugé, ex abrupto, de l'épaisseur d'une feuille. A ce propos, l'étude de certaines productions montre qu'une partie des classes à utiliser 1 mm comme approximation plus ou moins conscientisée, mais bien pratique pour les calculs... Un pari globalement payant !

Une classe = 30 élèves  
 Il y a 800 sujets.  

$$\begin{array}{r} 800 \\ \times 30 \\ \hline 000 \\ +24000 \\ \hline 24000 \end{array}$$
 4 sujets mesurant 1 mm.  
 $24\ 000 \div 4 = 8000$  mm.  
 $8000$  mm = 8 m  
 Donc la pile de sujets mesure 8 m.  
Conclusion: Charlie a faux.

Dans la classe il y a environ 25 élèves.  
 25 élèves donne leur feuille.  
 $25 \times 800 = 20\ 000$   
 20 000 feuille de papier.

1 feuille = 0,05 mm	250 feuille = 13 cm
2 feuille = 0,1 mm	500 feuille = 26 cm
4 feuille = 0,2 mm	1000 feuille = 52 cm
8 feuille = 0,4 mm	2000 feuille = 104 cm
16 feuille = 0,8 mm	4000 feuille = 208 cm
32 feuille = 1,6 cm	8000 feuille = 416 cm
64 feuille = 3,6 cm	10000 feuille = 520 cm
128 feuille = 6,4 cm	20 000 = 1040 cm
256 feuille = 1,28 m	

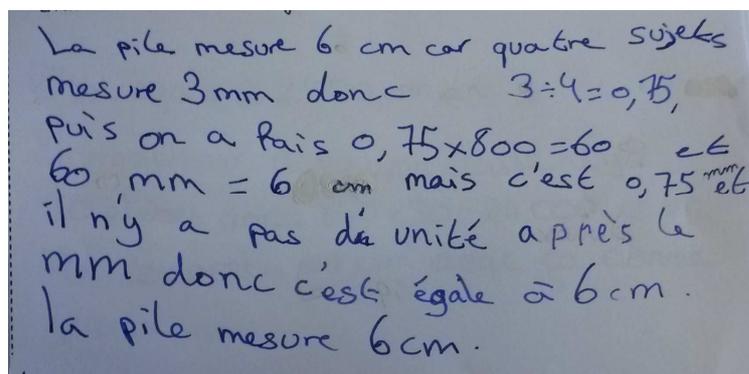
Le tas fais environ 10 mètre

De plus, cette estimation a eu une incidence sur les démarches utilisées : soit des raisonnements appuyés sur la proportionnalité (30 sujets -> une classe, hauteur de la pile -> hauteur de 30 sujets fois le nombre de classes) soit un raisonnement multiplicatif s'appuyant sur l'épaisseur d'un sujet et faisant appel à un passage à l'unité. Ce sont ces raisonnements, majoritaires, qui ont mécaniquement (deux fois plus de calculs, avec notamment une division) généré des erreurs de calculs et de conversion.

Cette année encore, on retrouve la prégnance des obstacles didactiques de la mesure et notamment le sens des unités et son corollaire immédiat : la difficulté de conversion des unités, encore plus dans des calculs (cf. les commentaires concernant l'épreuve 8 dans les rapports de jury 2013 et 2014).

Toutefois, la moyenne et la médiane sont significativement plus basses cette année. Deux hypothèses peuvent expliquer ce constat. D'une part, l'estimation concernait l'épaisseur d'un sujet, soit dans des intervalles assez inusités par les élèves : une longueur inférieure au millimètre (alors que les domaines étaient de l'ordre du mètre en 2013, du mètre et du kilomètre en 2014) et donc décimale. Certes, l'utilisation des sujets permettait une démarche expérimentale pour la mesure (comme en 2013 avec les rangs) mais elle demandait un protocole plus élaboré, appuyé sur la proportionnalité : mesure d'un nombre suffisant de sujets puis division pour un passage par l'unité ou encore détermination du nombre de sujets pour faire un millimètre. Ce raisonnement utilisant la proportionnalité, qui n'était pas nécessaire aux épreuves 8 des années précédentes (cf. 2013 et 2014), rendait l'exercice de cette année plus complexe.

D'autre part, ces manipulations de hauteurs pendant l'estimation et/ou durant les calculs ont multiplié les occasions d'erreurs, soit de calcul (assez rares) soit de conversion : il y avait 2 conversions à faire si l'on passait par l'unité, toujours avec des mesures décimales...



La pile mesure 6 cm car quatre sujets mesure 3 mm donc  $3 \div 4 = 0,75$ , puis on a fait  $0,75 \times 800 = 600$  et  $600 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$  mais c'est  $0,75 \text{ mm}$  et il n'y a pas de unité après le mm donc c'est égale à 6 cm. la pile mesure 6 cm.

Il est d'ailleurs assez parlant de constater que la plupart des productions utilisant des raisonnements par proportionnalité, minimisant ainsi le nombre de conversions et permettant des manipulations de mesures entières en millimètres, ont un taux de réussite plus élevé. Cette épreuve a donc bien permis l'élaboration et la mise en œuvre de procédures personnelles pertinentes, moins stéréotypées. Qu'elles ne soient pas aussi massivement justes que les années précédentes est probablement du fait que les connaissances mathématiques nécessaires ne sont pas encore assez automatisées à ce moment du cursus scolaire.

Reste que 95 % des classes ont eu à rendre efficace ces outils dans une situation concrète et pour mener à bien une démarche complexe. Ils ont bien fait des mathématiques : mission réussie pour l'équipe de conception qui continuera à produire ces épreuves sans données, occasion assez rare de développer la création et l'inventivité en mathématiques.

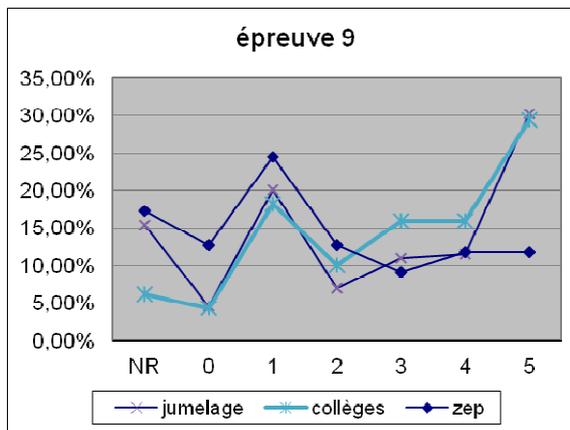
### Épreuve 9 : Le dieu des maths

Moyenne : 3,0

Médiane : 3,5

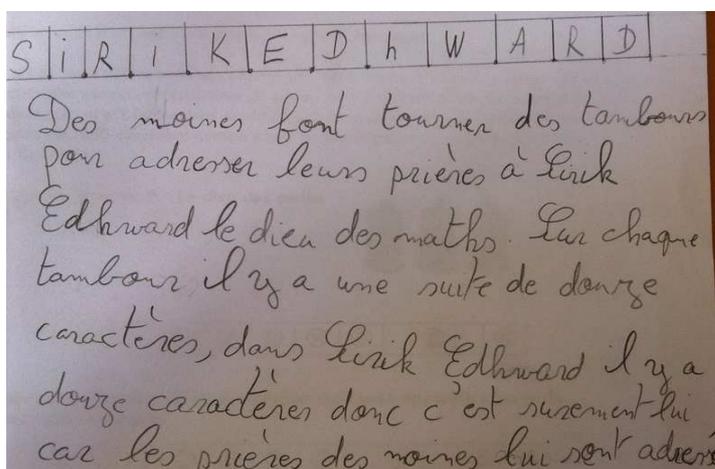
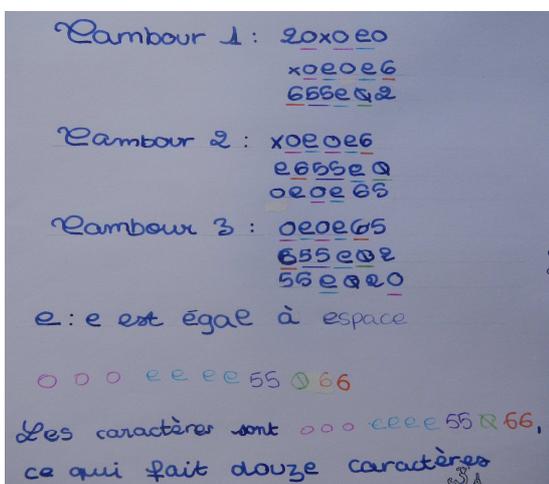
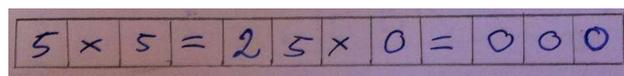
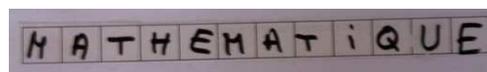
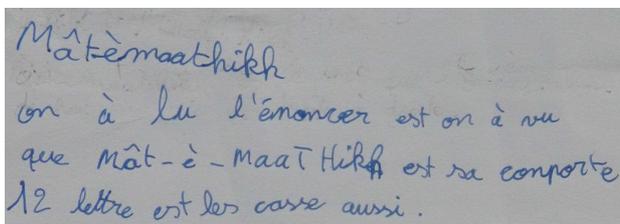
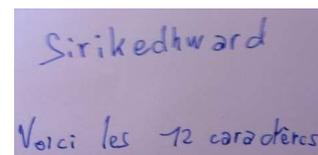
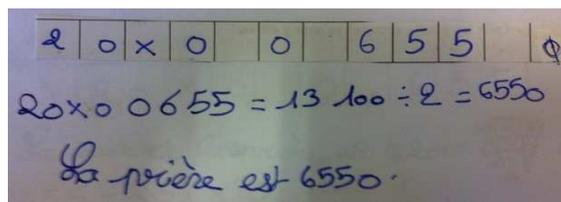
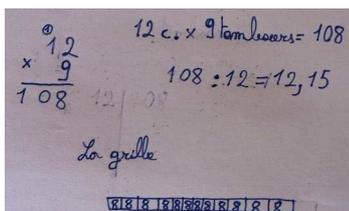
Cette épreuve proposait un exercice de repérage d'une suite de caractères inscrits sur des supports cylindriques (les rouleaux de prière) et donc partiellement cachée. L'objectif était de proposer un exercice de manipulation mentale pour mener des raisonnements hypothético-déductifs. Le contexte culturel (les moulins de prière tibétain, l'aspect humoristique d'une prière au dieu des maths) et le type d'énoncé (mélange de représentations en 3D et de textes) laissaient envisager des difficultés de représentation de la situation mais aussi du problème, ainsi de manipulation d'objet 3D.

Le profil ci-contre montre que cette difficulté de représentation de la situation s'est clairement posée. En effet, les retours des observateurs incitent à penser que nombre de Non Réponses sont le fait d'une incapacité à savoir que faire et ce qui était demandé. Cumulées aux réponses nulles significatives d'une situation non représentée (le critère étant l'utilisation de signes inventés, non extraits des tambours), on arrive à une classe sur 10 en collège, 1 jumelage sur 5, 1 classe de ZEP sur 3. Cette différence se retrouve assez régulièrement pour les épreuves contenant difficultés textuelles, avec notamment une phrase clé assez complexe qui donnait le lien entre la suite de caractère sur les « tambours des moulins » et la consigne.



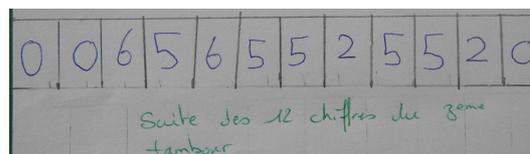
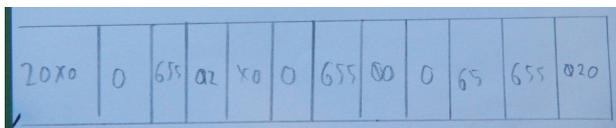
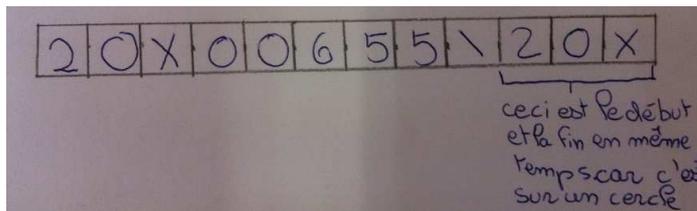
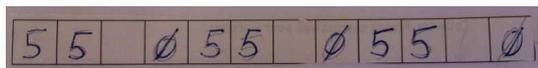
Les productions des élèves montrent aussi cette difficulté à se représenter le problème (celles à 0 ou 0,5 point) en utilisant :

- une opération entre les nombres, les x et \ étant considérés non pas comme des symboles mathématiques mais comme des opérateurs.
- d'autres registres (le langagier, le contexte ou le culturel), le problème n'étant alors pas « mathématique » dans la représentation des élèves :

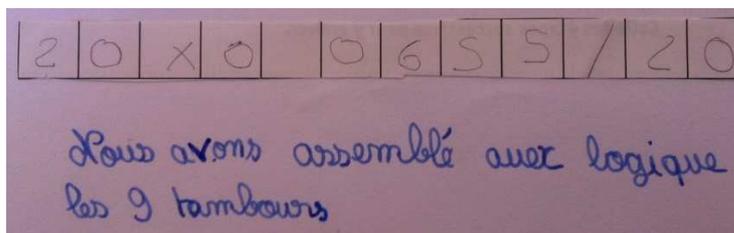


Est-ce le signe d'une représentation faussée de ce qu'est résoudre un problème ou une erreur de conception qui a cherché à rester dans la culture mathématique et induit des confusions ? Probablement des deux.

Ce profil montre surtout un nombre important de réponses comportant des répétitions d'une partie du code, partie repérée sur un des tambours sans considérer les autres (de 1 à 1,5 points). Les procédures donnant des codes comportant une ou deux erreurs, dont la plus fréquente la disparition des espaces, se virent attribuer de 2 à 3,5 points.



Comme le pressentait l'équipe de conception lors du débat autour de la désignation de cette épreuve comme spécial 6<sup>ème</sup>, la double exigence cognitive de rotation mentale des tambours pour construire des raisonnements déductifs posa de sérieuses difficultés, auxquelles se rajoutèrent des phénomènes spécifiques au contexte et à l'habillage de la situation, telle la question de savoir si l'espace est un caractère (cause d'une partie non négligeable des erreurs et des abandons de démarches) ou encore du sens du signe \ (slash ou antislash ?) qui a permis de départager les réponses justes.

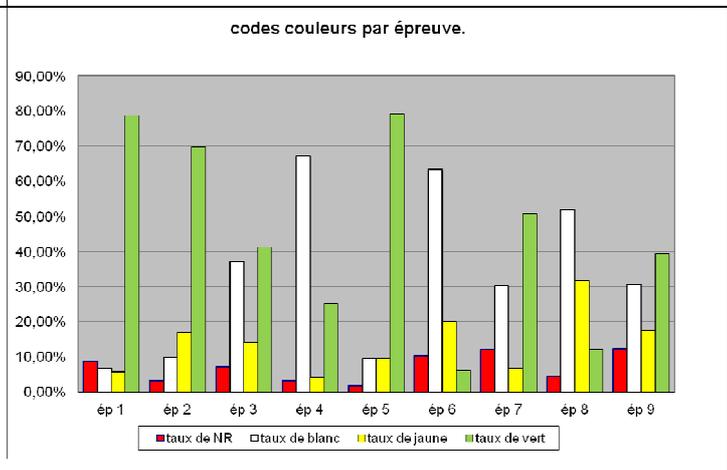
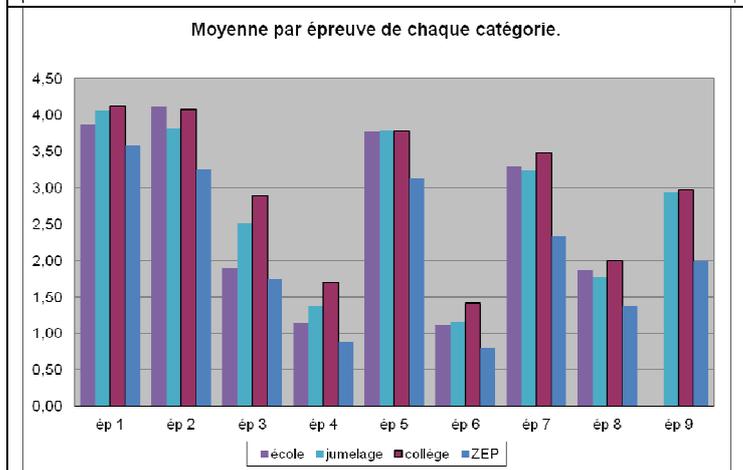
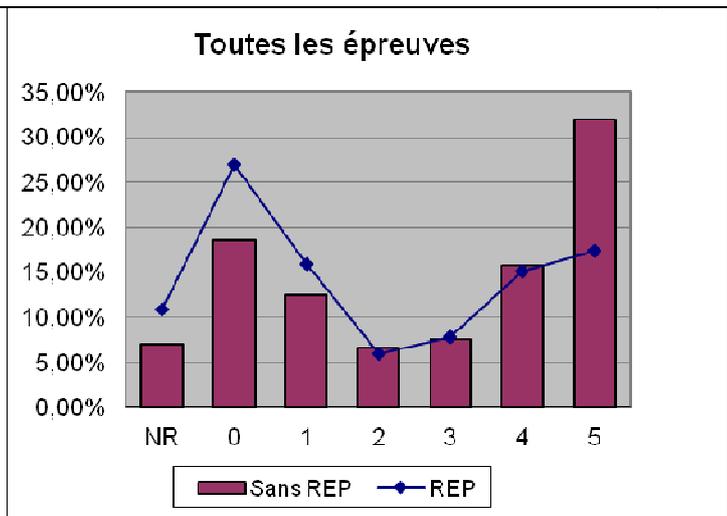
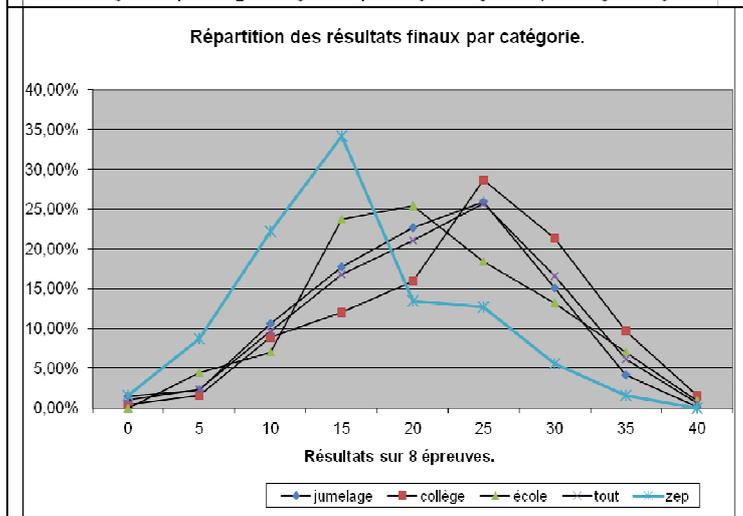
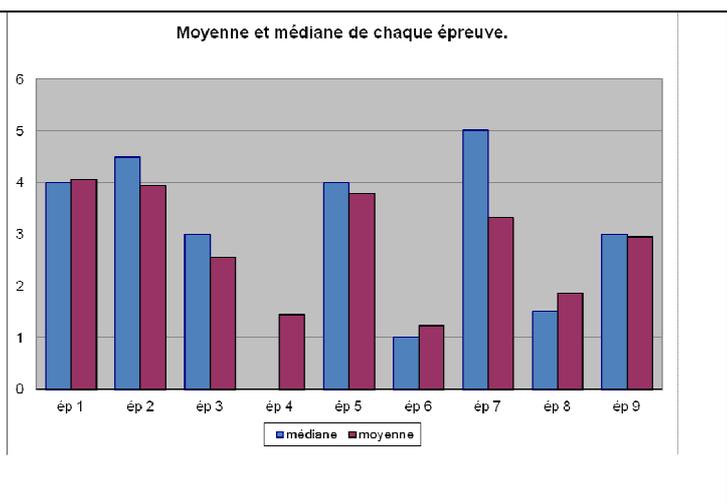
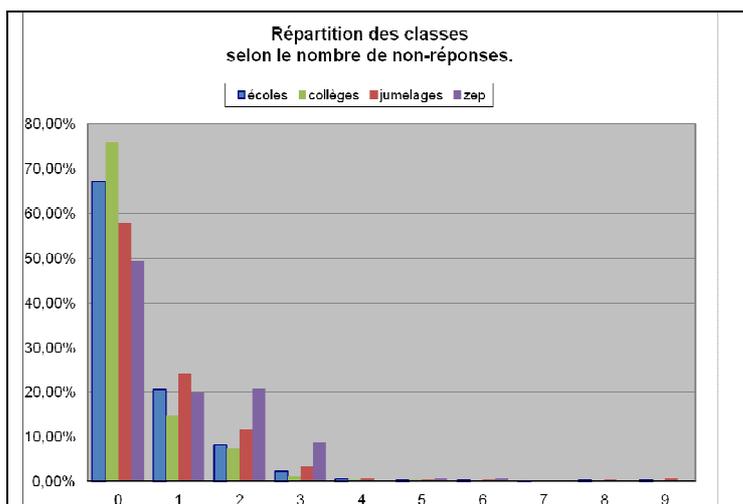


Une épreuve donc difficile, avec un contexte culturel peu évident, un texte pas aussi facile à traiter qu'il le semble, faisant ensuite intervenir des raisonnements hypothético-déductifs à vérifier avec une rotation mentale et en 3D... Présentée ainsi, on comprend mieux son classement en épreuve spécial 6° (même si on peut se demander si les différences auraient été significatives avec les écoles). Mais l'observation des classes a montré que les élèves ont cherché, et ce de manière identique entre collège et jumelage. La médiane de 3,5 points prouve que, malgré toutes ces difficultés, deux tiers des classes ont cherché une réponse en cohérence avec le problème posé, la moitié d'entre elles parvenant à un résultat juste.

# CONSTATS ET ANALYSE GLOBALE.

## Graphiques et résultats globaux.

	Sur les 8 premières épreuves					Sur toute l'épreuve		
	école	collège	jumelage	ZEP	toutes les classes	jumelage	collège	toutes les classes
moyenne	20,5/40	23,3/40	20,7/40	15,7/40	21,4/40	23,2/45	26,1/45	23,7/45
médiane	20/40	24/40	21,5/40	14,5/40	22/40	24/45	27,5/45	24,5/45



## Un premier bilan : des constats renouvelés.

- **la préparation des classes à la compétition :**

Cette année encore, nombres de classe perdent des points bêtement :

- 1/3 des classes continuent à ne pas répondre en langue,
- seuls 60 % des classes ont le bonus pour avoir proposé une réponse pour chacune des épreuves,
- 25 % des classes passent à côté de l'essence même de l'épreuve 8 i.e. se donner les moyens d'estimer les données manquantes et les utiliser dans un raisonnement qui, lui, doit être précis.
- Des réponses trop rapides, de l'ordre de l'âge du capitaine ou de « pose la bonne opération »

Il est vrai que le jour J, les organisations et recommandations prévues sont oubliées, se diluent dans l'excitation de la compétition.

Dans cette compétition par équipe de mathématiques, les aspects tactiques sont prégnants, la classe doit avoir construit et/ou compris un mode de fonctionnement qui doit être utilisé en autonomie le jour de l'épreuve. Le jury ne saurait que recommander la lecture du paragraphe *une nécessité : se préparer spécifiquement à la compétition* dans le [rapport de jury 2014](#).

- **Résultats et conception de l'épreuve**

L'analyse des profils (cf. répartition des codes couleurs par exercices) permet de retrouver un des profils types dégagés les années précédents : le profil « en 2 pics » (cette année, les épreuves 3, 4, 7 et 9) où les difficultés résident essentiellement dans la représentation de la situation et du problème. La démarche est généralement menée assez facilement à son terme par la suite.

Deux autres profils apparaissent :

- celui avec un pic marqué vers les codes verts, les exercices massivement réussis (cette année, les épreuves 1, 2 et 5). Avoir ce type d'épreuves fut un choix délibéré de l'équipe au vu de la faible moyenne de l'année dernière et du ressenti assez négatif des collègues après l'annonce des résultats. Il s'agissait de favoriser la réussite des élèves et de valoriser leur production. Objectif atteint étant donnée la hausse de la médiane ;

- et les profils inverses ou presque, pour lesquels les codes blancs sont majoritaires : plus de la moitié des classes n'ont pas mis en œuvre de démarches cohérentes même si plus de 85 % des classes ont répondu à ces deux épreuves. Ceci dit, le faible taux de réussite de ces deux épreuves est clairement le résultat d'une erreur de conception notamment dans la forme de la réponse pour le 6 et dans un champ numérique pas encore maîtrisé pour l'épreuve 8.

Ces constats, ajoutés à ce taux de Non Réponses le plus faible depuis le début de la compétition, incitent à penser que l'épreuve atteint son objectif principal : permettre à un maximum d'élèves de produire un raisonnement et une démarche à partir d'une situation donnée. Le fait d'avoir augmenté la moyenne permet de valoriser la production des classes, tout en ayant un barème et des résultats discriminants : de quoi encourager à la pratique de la résolution de problèmes en mathématiques.

## Vers une analyse didactique :

### **Des résultats en hausse ...**

Les résultats sont en nette amélioration par rapport aux années précédentes, pour une moyenne parmi les plus hautes depuis le début de l'épreuve. Ceci s'explique d'une part par le fait que 3 épreuves ont vu leur score de réussite dépasser 70% et, d'autre part, par un taux de Non Réponses faible (7 %), là aussi un des plus bas dans l'histoire de la compétition. De ce point de vue, cette épreuve finale aura été une réussite : 90% des groupes engagés dans la recherche, des taux de Non Réponses majoritairement inférieurs à 8 %, ne dépassant pas 12 %, des scores moyens et surtout des médianes en hausse. L'objectif majeur de Mathématiques Sans Frontières Junior est atteint avec la Finale 2015 : les épreuves ont permis à aux élèves d'entrer dans la résolution de situations mathématiques concrètes et ludiques, avec une réussite assez satisfaisante (la moitié des réponses ont rapporté au moins 4 points à leur équipe).

On peut nuancer ce propos en constatant que trois épreuves ont été moins bien réussies pour des raisons différentes : une erreur de conception avec une mauvaise concordance entre forme de la réponse, annexe et consignes pour l'épreuve 6, l'obstacle didactique qu'est la reconnaissance d'une situation de proportionnalité et son opérationnalisation dans l'épreuve 4 et un champ numérique peut être trop ardu (celui des décimaux, avec des mesures inférieures au millimètre), notamment pour les CM2, durant l'épreuve 8, épreuve sans données chiffrées. Le niveau de finesse à obtenir pour ajuster plus précisément encore les deux dernières situations ne pourrait s'obtenir qu'en incluant une phase de test des épreuves. Ce protocole certes plus lourd ne serait-il pas une occasion de se former ou de former ?

### **...mais une augmentation des écarts entre catégories !**

Une autre caractéristique de cette session 2015 est l'augmentation des écarts entre les catégories, que ce soit entre le collège et l'école (3 points d'écart pour la moyenne, 4 pour la médiane) ou entre les REP et le reste des classes.

Tout d'abord, l'écart CM2/6° est significatif pour les épreuves 3 et 4 et, dans une moindre mesure, pour les épreuves 1 et 8. Or, les épreuves 4 et 8 font clairement appel à des notions à peine vues pour certaines classes de CM2, loin d'être automatisées pour une grande partie des élèves (voir la thèse de J. Bolon sur la didactique des décimaux ou les résultats des Évaluations Nationales de 2011 et la recette de gâteau au chocolat...). Elles semblent en tout cas insuffisamment maîtrisées pour être transférées dans des situations complexes par la majorité d'entre eux. On l'a vu, l'épreuve 3 (avec des compétences d'identification de figures) et l'épreuve 1 (des langues vivantes) ont, elles aussi, des sujets et des caractéristiques qui sont plus au cœur des objectifs de la 6°. Cet écart est donc justifié par la différence des programmes et par le progrès des élèves dans les notions à transférer.

Ensuite, le profil des jumelages, proche des 6°, révèle une plus grande efficacité que les années précédentes pour cette catégorie. Cela peut s'expliquer par les mêmes arguments que précédemment, les classes en jumelage privilégiant assez systématiquement le mélange d'élèves des deux niveaux dans chacun des groupes. Les 6° présents dans les groupes apporteraient généralement des savoir-faire plus affirmés, notamment dans le domaine des décimaux et de la proportionnalité.

Une autre hypothèse est envisageable : les classes participant au jumelage regroupent le plus souvent des classes dont les enseignants ont participé plusieurs fois à la compétition, en jumelage ou non. Les classes seraient de mieux en mieux préparées par des enseignants de plus en plus au clair sur les exigences organisationnelles de la compétition.

Mais c'est surtout l'écart entre les REP et les autres classes qui est, cette année, assez marqué et significatif : 6 points pour la moyenne, 8 points pour la médiane. Le profil de répartition des points sur 40 montre une surreprésentation des classes ayant entre 5 et 15 points. Si on cumule toutes les épreuves (voir le graphique « toutes les épreuves »), on constate généralement sur les profils des classes en EP une proportion doublée des Non Réponses ou des réponses nulles (40 % en REP, 25% pour les autres classes). À ces constats s'ajoute le fait que le quart des classes de REP ont deux Non Réponses ou plus (un dixième pour les autres catégories). Cela met en évidence la plus grande difficulté des classes en REP à se représenter la situation, particulièrement lorsque les formes d'énoncés mélangent différents natures d'informations (épreuve 1, 6) et des contextes culturels plus pointus (épreuve 7 et 9) ou avec des formes de réponse peu fréquentées (épreuve 3 et 6). De la même façon, les réponses blanches indiquent que les classes en Éducation Prioritaire ont du mal à mobiliser des outils mathématiques pertinents pour résoudre un problème. Les observations et l'étude des productions le montrent et rejoignent le constat généralement fait : les classes en REP sont celles qui proportionnellement proposent le plus de solutions a-mathématiques ou procédant d'une représentation erronée de ce qu'est un problème (additions de tous les nombres, multiplications ou combinaison d'opérations appliquées au nombre pour trouver un résultat, souvent numérique).

La répartition des résultats (de 2 à 3,5 points) jaunes sont, quant à eux, assez identiques dans toutes les catégories : il n'y a pas de différence notable selon les publics à utiliser efficacement les outils mathématiques. A contrario, la proportion des réussites est réduite de moitié (17,5 % pour 36 %) : les classes de REP ont plus de mal à finaliser les démarches, à soigner leurs réponses, l'écart entre les réponses à 5 points étant très supérieur à celui entre les réponses à 4 points !

### **Réflexion sur les problèmes et l'enseignement des mathématiques.**

De cette analyse ressortent les principales difficultés des classes en REP (et, par un effet grossissant, celles des élèves en difficulté d'une manière générale) : se représenter le problème et la situation, particulièrement avec des énoncés ayant des textes complexes ou dans des contextes culturels inconnus, difficultés à produire une démarche juste répondant à la question, résolvant le problème. Mais si ces difficultés sont accentuées et concentrées dans le contexte des REP, elles restent prégnantes dans tous les contextes, rejoignant en cela les constats vus lors des évaluations normatives (Évaluations Nationale, PISA). Si les élèves français maîtrisent relativement bien les outils - ou en tout cas les maîtrisent de mieux en mieux comme le montrent les décalages entre CM2 et 6<sup>o</sup> -, ils ont des difficultés à s'en servir efficacement pour résoudre des situations concrètes, ne réussissant pas à transférer les notions apprises et vues dans un contexte didactique, ayant souvent des comportements et des réponses automatisées et stéréotypées.

Cette analyse met ainsi en relief certaines problématiques d'enseignement autour de l'amélioration des compétences et des performances en résolution de problème de nos élèves : comment travailler la représentation de la situation, du problème, comment favoriser l'instanciation d'outils mathématiques nouveaux et à automatiser (décimaux et mesure, proportionnalité), etc.

Quelques pistes de travail, que ce soit dans les activités aux élèves ou dans la formation des professeurs, existent et ont été mises en œuvre à l'École Élémentaire Française. Deux d'entre elles sont au cœur de ces problématiques.

La première, du côté des élèves, est assez souvent rappelée par les didacticiens des mathématiques et a fait école jusqu'au I.O. 2002 : la résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique en classe, au cœur aussi de son enseignement (Brousseau et sa théorie des situations didactiques fait encore école chez les didacticiens, ERMEL chez les praticiens). C'est donc en multipliant les résolutions que l'on favorise l'acquisition de méthodes de travail et d'attitudes essentielles à la résolution. C'est aussi en variant les contextes, les habillages, les situations que l'on construit puis renforce l'acquisition d'une compétence ou d'une connaissance mathématique - les cas des décimaux ou de la proportionnalité sont symptomatiques dans cette finale 2015 -, dont on développe la maîtrise au point d'être capable de l'appliquer dans un contexte nouveau et inconnu travaillant ainsi l'instanciation qui est une condition du transfert, si souvent évoqué ces dernières années mais qui reste un concept qui ne fait pas l'unanimité chez les didacticiens, des mathématiques en particulier.

Une deuxième piste, explorée à l'école primaire, est de travailler assez systématiquement la résolution de problèmes construits autour de modèles simples comme par exemple ceux d'application du sens des opérations (cf. les I.O. 2008 de l'élémentaire et la compétence résoudre des problèmes relevant des 4 opérations). Certaines méthodes vont jusqu'à proposer une progression appuyée sur la typologie des problèmes additifs de Vergnaud par exemple, flirtant ainsi avec le risque du glissement métacognitif. Certes, le fait de repérer facilement des situations connues est un facteur de réussite notamment dans des problèmes à données numériques (cf. les épreuves 4 ou 8) et favorise l'instanciation. Toutefois, un des effets négatifs de ce type de méthodes est de créer des réflexes et des automatismes trop ancrés qui ne favoriseront pas l'adaptabilité à des contextes nouveaux. L'acte de résoudre est alors automatisé : jusqu'à consister en "trouver LA bonne opération" ou "LA bonne façon de l'instancier" et non de trouver une solution sensée et appuyée sur des outils mathématiques... On voit ici les effets contreproductifs de ce type de contrat didactique, notamment sur les problèmes dont les démarches sont à construire, tels ceux de MSF Ju. Il s'agit de trouver ce dialogue entre sens et automatisation, cet équilibre délicat entre identification de situations prototypiques et instanciation d'outils dans des situations inédites et complexes.

On touche là à la gestion de la dualité des problèmes en mathématiques : ils sont à la fois la raison d'être de l'activité mathématique, un sujet d'enseignement et aussi un moyen d'enseignement, un outil pédagogique (cf. le vocable de situation-problème). En d'autres termes, faut-il enseigner la résolution de problèmes ? Par la résolution de problèmes ? Pour la résolution de problèmes ? Les futurs programmes, en consultation en cette fin d'année 2015, et l'institution scolaire, donnent une réponse encourageante : les problèmes sont à la fois dans les compétences visées et dans les outils et les démarches proposés, privilégiant une approche croisée.

L'équipe MSF Ju s'en réjouit et s'en félicite, convaincue depuis maintenant 11 ans, de la nécessité de proposer des problèmes de recherche commun aux CM2 et aux 6<sup>e</sup>, avec une présentation ludique autour de situations concrètes et sensées. Ces problèmes donnent l'occasion non pas de construire de nouvelles compétences (encore que certains peuvent être

détournés en situations-problèmes, comme l'épreuve 4 de cette année) mais de les exercer et de les transférer à des situations inédites.

Voir l'institution reconnaître ce travail en faisant un focus sur MSF dans le plan «[Stratégie mathématiques](#)» fut un satisfecit, une forme de reconnaissance nationale d'un soutien académique de longue date et une incitation à continuer l'aventure MSF Ju. Gageons que ce soutien s'en trouvera renforcé, d'autant plus en ces temps de mise en valeur de l'inter-degrés (cf. la création du nouveau cycle 3) et permettra à l'équipe MSF Ju, par essence même inter-degrés, de proposer une compétition motivante appuyée sur la production de problèmes originaux et bien calibrées, utiles aux enseignants et promouvant un enseignement des mathématiques centré sur la résolution de problèmes.

Tout un programme à retrouver dès l'année prochaine pour la compétition 2016

Pour l'équipe de Mathématiques Sans Frontières Junior,  
Nicolas Sechaud, secrétaire pédagogique.