

Mathématiques sans Frontières Junior CM2/6^o

Corrigé de l'Épreuve de Découverte 2018 -



Epreuve 1 : Bob passe moi l'éponge

Der Tresorcode von Kapitän Craps ist 93415.

Raisonnement :

En écrivant tous les nombres de 1 à 15, on a écrit 9 chiffres pour les nombres de 1 à 9 et 2 chiffres pour chacun des 6 nombres de 10 à 15, donc 21 chiffres en tout.

Si on efface 16 chiffres, il restera 5 chiffres.

Le code est donc un nombre à 5 chiffres.

Le nombre cherché doit être le plus grand possible.

- Le chiffre des dizaines de milliers est forcément le 9, car il y a plus de 4 chiffres à sa droite (en effet, l'ordre des chiffres doit être respecté). On efface donc tous les chiffres à gauche du 9.

- Pour le chiffre des milliers : il faut choisir le plus grand chiffre parmi 5, 4, 3 ou 2. Mais il doit encore y avoir 3 chiffres au-moins à sa droite : 5 et 4 ne conviennent pas. C'est forcément le 3.

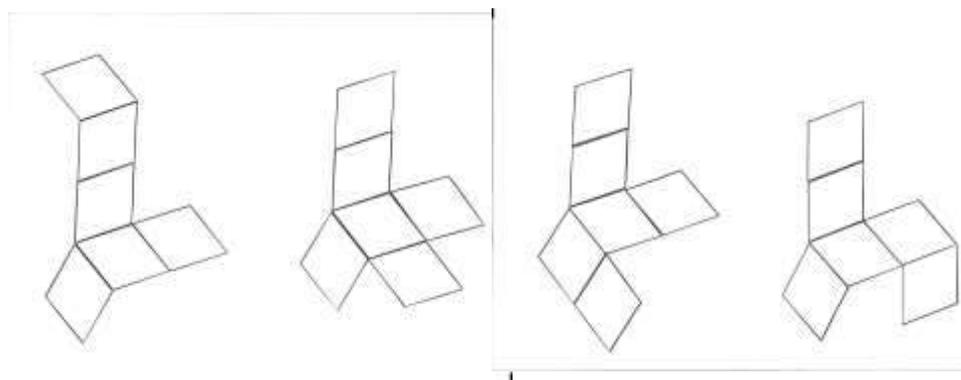
- Pour le chiffre des centaines: il reste 1415. Il faut choisir le plus grand chiffre (mais il doit encore y avoir 2 chiffres au-moins après lui). Entre 1 et 4, c'est forcément le 4.

- Il reste donc 2 chiffres pour les dizaines et les unités : le 1 et le 5.

Le code est donc : 93415.

Epreuve 2 : Boîte de Pise

Comme pour le cube (11 patrons possibles) ou pour le pavé droit (54 patrons possibles) le solide construit à partir de losanges admet plusieurs patrons. En voici quelques uns ...



Le solide obtenu est un **hexaèdre régulier** (la précision de ce dernier terme peut être l'objet d'un travail sur les polyèdres et leurs propriétés).

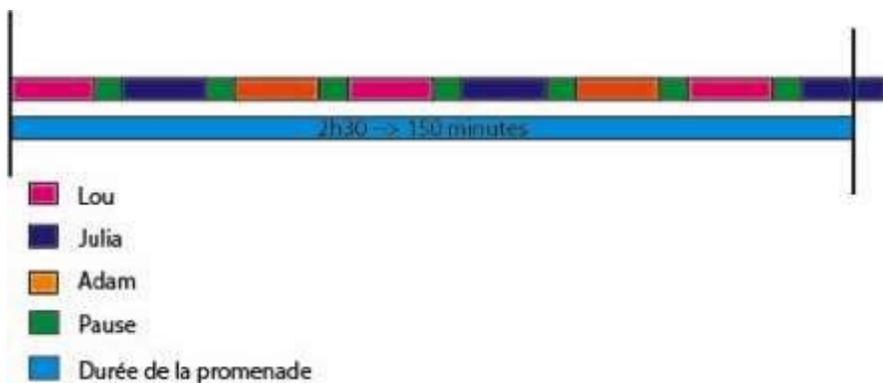
Epreuve 3 : Un âne pour trois

La résolution de cet exercice peut se faire de façon graphique (représenter une file du temps et disposer les différentes phases jusqu'à « occuper » l'ensemble de l'espace ou alors composer un tableau qui détaille les différentes étapes et, élément important, le temps cumulé.

Réalisation d'un tableau

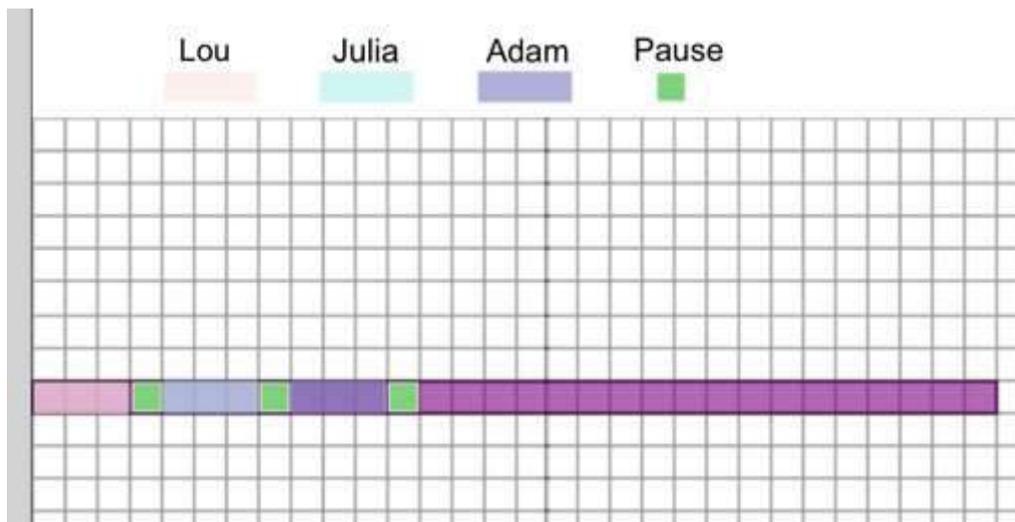
	Lou	pause	Julia	pause	Adam	pause
Temps	15 min	5 min	15 min	5 min	15 min	5 min
Temps cumulé	15 min	20 min	35 min	40 min	55 min	1h
Temps	15 min	5 min	15 min	5 min	15 min	5 min
Temps cumulé	1h15	1h20	1h35	1h40	1h55	2h
Temps	15 min	5 min	10 min			
Temps cumulé	2h15	2h20	2h30			
TOTAL	45 min		40 min		30 min	

Résolution graphique :



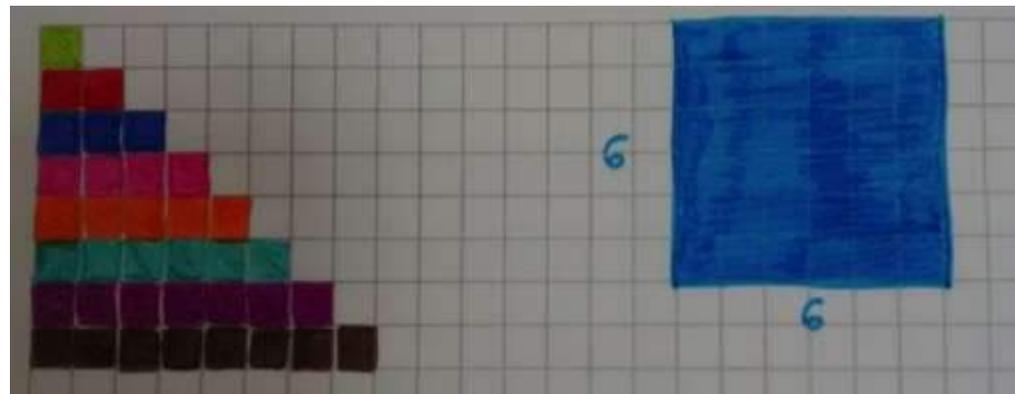
EXPLOIT@TION

Une résolution graphique à l'aide d'un fichier sur TNI où l'on manipule des zones colorées (clonées à l'infini) pour compléter une file du temps rend la résolution « manipulable ». (ci dessous une copie d'écran d'un fichier Notebook). Elle permet en outre de mettre en évidence que le dernier tour de Julia est incomplet : elle ne fera que 10 minutes d'âne sur les 15 initialement prévues. La transparence des zones permettra de vérifier le temps réel passé sur l'âne pour le dernier tour de Julia (1 carreau pour 5 minutes).



Epreuve 4 : Egalité

La 1^{ère} solution qu'on trouve est 36 carreaux (Angèle utilise 8 couleurs et Hervé un carré de 6 carreaux de côté).



EXPLOIT@TION

Utilisation d'un tableur Excel : voir fichier correspondant. Calcul automatique du nb total de carreaux coloriés par Angèle et le nb de carreaux coloriés par Hervé pour faire une comparaison. L'utilisation du tableur permet de trouver d'autres solutions mais qui ne tiennent pas sur un A4. Il y a par exemple 1225 carreaux (49 lignes pour Angèle et un carré de 35 carreaux de côté). Le suivant est 41616 carreaux (288 lignes pour Angèle et un carré de 204 carreaux de côté).

Copie d'écran du tableau créé sur Excel

Colonne A : Incrémentation de 1 unité pour passer d'une ligne à l'autre
Formule : =A2+1 (à copier à l'aide du petit carré en bas à gauche de la cellule sélectionnée ...)

Colonne B : Somme des carreaux coloriés depuis le début

Formule : =SOMME(\$A\$2:A3) (à copier à l'aide du petit carré en bas à gauche de la cellule sélectionnée ...)

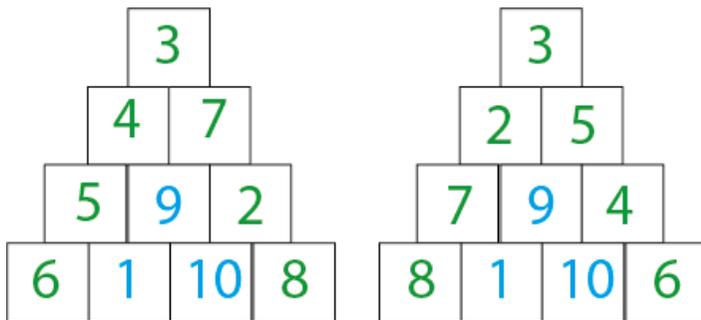
Colonne C : Nombre de carreaux dans un carré de N careaux de côté

Formule : =A3*A3 (à copier à l'aide du petit carré en bas à gauche de la cellule sélectionnée ...)

	A	B	C
1	nombre de carreaux ligne coloriés par Angèle	nombre total de carreaux coloriés par Angèle	nombre de carreaux coloriés par Hervé
2	1	1	1
3	2	3	4
4	3	6	9
5	4	10	16
6	5	15	25
7	6	21	36
8	7	28	49
9	8	36	64
10	9	45	81
11	10	55	100
12	11	66	121
13	12	78	144
14	13	91	169
15	14	105	196
16	15	120	225
17	16	136	256
18	17	153	289

Epreuve 5 : Chamboule rien

Solutions :



Epreuve 6 : Le salaire de la paire

Nain Bleu demande 6 pièces d'or pour laver un carrosse.

Justification : Fricotin demande 3 pièces par carrosse et Nain Bleu en demande le double (6 pièces).

Fricotin lave 4 carrosses et Nain Bleu en lave 5.

$$\text{Pièces gagnée} = 4 \times 3 + 5 \times 6 = 42$$

L'élève peut procéder par essais/erreurs.

On commence par le prix :

cas 1 : 1 pièce pour Fricotin, 2 pièces pour Nain Bleu.

cas 2 : 2 pièces pour Fricotin, 4 pièces pour Nain Bleu.

cas 3 : 3 pièces pour Fricotin, 6 pièces pour Nain Bleu.

cas 4 : 4 pièces pour Fricotin, 8 pièces pour Nain Bleu.

cas 5 : 5 pièces pour Fricotin, 10 pièces pour Nain Bleu. (maximum atteint)

Si le groupe commence par les cas 1, il a 25 calculs à effectuer.

Si le groupe commence par les cas 5, il a 10 calculs à effectuer.

On peut aussi raisonner par l'algèbre.

Pour Fricotin: on note n le nombre de carrosses lavés et p le prix

Pour Nain Bleu : Il lave $(n+1)$ carrosses et demande $2p$ pièces d'or.

$$\begin{aligned} \text{Nombre de pièces gagnées} &= np + (n+1) \times 2p \\ &= p(3n + 2) \end{aligned}$$

Seules possibilités entières pour trouver 42 : $p = 1$ et $3n+2 = 42$

$$p = 2 \text{ et } 3n+2 = 21$$

$$p = 3 \text{ et } 3n+2 = 14$$

$$p = 6 \text{ et } 3n+2 = 7$$

$$p = 7 \text{ et } 3n+2 = 6$$

$$p = 14 \text{ et } 3n+2 = 3$$

$$p = 21 \text{ et } 3n+2 = 2$$

$$p = 42 \text{ et } 3n+2 = 1$$

La seule solution donnant un n entier positif est $p = 3$

et $3n+2 = 14$

On trouve $n = 4$ et $p = 3$ donc le prix demandé par Nain bleu est de 6 pièces d'or.

Epreuve 7 : Déjeuner sur l'herbe

Assiette de Lucile : Radis, Carottes, Pastèque

Assiette de Jules : Pain, Poulet, Pastèque

Assiette de Matt : Pain, Radis, Carottes

Prolongement : présentation du tableau de vérité, stratégie plus rapide que la manipulation. La manipulation deviendra fastidieuse lorsque les contraintes augmenteront.

	Pain	Poulet	Radis	Carottes	Pastèque
Lucile	X	X	O	O	O
Jules	O	O	X	X	O
Matt	O	X	O	O	X

Epreuve 8 : Mets-moi au parfum

Pour la solution on acceptera les raisonnements du type :

Nombre d'élèves par classe	Nombre total de boules	Nombre total de bacs	
20	$(20 \times 10) \times 2 = 400$	$400 : 20 = 20$	On constate que le nb d'élèves par classe est égale au nb total minimum de bacs si on utilise chaque bac en totalité.
30	$(30 \times 10) \times 2 = 600$	$600 : 20 = 30$	

- Si les élèves considèrent que les 3 parfums sont choisis équitablement, $1/3, 1/3, 1/3$ alors le nombre de bacs par parfum est égale au nombre d'élèves par classe divisé par 3 (arrondi).

- on prend suffisamment de bacs au cas où tout le monde prend 2 boules chocolat ou tout le monde 2 vanilles ou tout le monde 2 fraises (raisonnement maximisant) -> nombre de bacs par parfum est égale au nombre d'élèves par classe.

Epreuve 9 : Un mille-feuille pas trop carré

Le pâtissier s'est trompé.

Un contre-exemple suffit à prouver qu'il a tort (car l'affirmation est une généralité : il faut garder « toujours »). Le contre-exemple peut être donné par manipulation et/ou découpage.

Dimension carré cm	Aire carré cm^2	Dimension rectangle cm	Aire rectangle cm^2
30	$30 \times 30 = 900$	L = 40 et l = 20	$40 \times 20 = 800$

Un travail autour de la valeur du contre exemple est à mener. Cette façon de raisonner n'est que peu usitée en élémentaire.

Attention si un contre exemple suffit à prouver qu'une affirmation est fausse un exemple n'est en aucun cas suffisant pour prouver la véracité d'une affirmation.



EXPLOITATION

Une résolution graphique sur un quadrillage projeté et une manipulation des objets sur un TNI est très parlante.

