

Mathematik ohne Grenzen junior - Probewettbewerb 2014-



Epreuve 1 : Le fou du riz

Marco dispose des grains de riz sur un échiquier. Il pose 1 grain de riz sur la première case, 2 sur la deuxième, 4 sur la troisième. Il double ainsi, à chaque fois, le nombre de grains de riz d'une case à l'autre.

Sur la combienième case Marco pose-t-il le 1000^{ème} grain ?



Question 1: Crazy for rice

Marco is putting grains of rice on a chess board, putting one rice grain on the first square, two on the second one, four on the third one and so on. In other words, he doubles the number of grains from square to square.

What field does Marco put the 1000th grain of rice on?

التمرين 1: مَجْنُونُ الْأُرْزِ

مَارْكُو يَضَعُ حَبَّاتِ الْأُرْزِ فِي مَرَبَّعَاتِ الشَّطْرَنْجِ بِهَذَا النُّحْوِ:

يَضَعُ حَبَّةً وَاحِدَةً فِي الْمَرَبَّعِ الْأَوَّلِ؛ ثُمَّ حَبَّتَيْنِ فِي الْمَرَبَّعِ الثَّانِي، ثُمَّ أَرْبَعَةَ حَبَّاتٍ فِي الْمَرَبَّعِ الثَّلَاثِ، وَهَكَذَا يُضَاعَفُ عَدَدُ الْحَبَّاتِ مِنْ مَرَبَّعٍ إِلَى آخَرَ.
مَا هُوَ رَقْمُ الْمَرَبَّعِ الَّذِي سَيَضَعُ فِيهِ مَارْكُو 1000 حَبَّاتٍ مِنَ الْأُرْزِ؟

Aufgabe 2: Alles Schokolade



Camilla spielt mit gleich großen quadratischen Schokoladenstücken.

Sie legt Reihen von weißen Schokoladenstücken lückenlos nebeneinander, so dass sie ein Rechteck erhält.

Die Reihen bestehen aus mehr als fünf Quadraten.

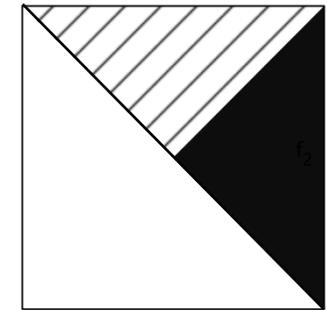
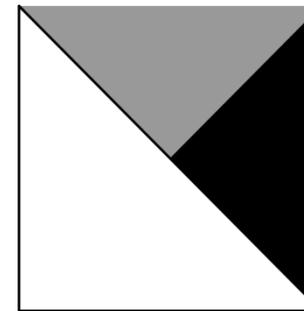
Um dieses Rechteck herum legt sie nun schwarze Schokoladenstücke, so dass ein lückenloser, geschlossener Rand aus schwarzer Schokolade entsteht.

Am Ende hat sie gleich viele schwarze wie weiße Schokoladenstücke verwendet.

Wie viele weiße und schwarze Schokoladenstücke hat sie insgesamt benutzt?

Aufgabe 3: Origami

Indem ihr die Papiervorlage des Anhangs verwendet, könnt ihr nur durch Faltungen diese beiden Muster erhalten:



Zeigt diese beiden Faltungen eurem Lehrer.

Aufgabe 4: Kino Mathepolis

Adrien geht ins Kino Mathepolis um sich einen Film anzusehen.

Als er sitzt, stellt er fest, dass in seiner Reihe 8 Plätze links von ihm und 13 Plätze rechts von ihm sind. Er zählt 24 Reihen vor sich und 25 Reihen hinter sich.

In jeder Reihe sind gleiche viele Sitzplätze.



Wie viele Plätze gibt es in diesem Saal? Begründet eure Antwort.

Aufgabe 5: Simsen

Diese Woche hat Lucie 100 SMS erhalten.

Am Montag hat sie 11 SMS bekommen. Dies ist der einzige Tag, an dem sie so wenige erhalten hat.

Am Dienstag hat sie genauso viele SMS erhalten wie am Mittwoch und wie am Donnerstag.

Sie hat am Freitag und Samstag gleich viele erhalten, aber mehr als am Donnerstag.

Am Sonntag hat sie die meisten bekommen: 20 SMS.

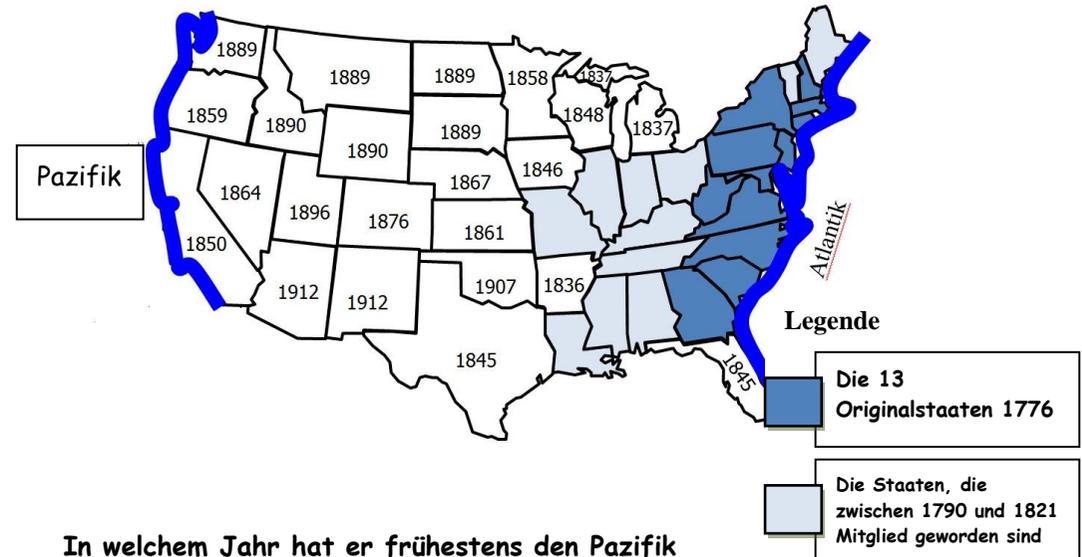


Wie viele SMS hat Lucie an jedem Tag in dieser Woche erhalten?

Aufgabe 6: Von Küste zu Küste

Unten seht ihr eine Karte der Vereinigten Staaten. Jede Jahreszahl gibt an, wann der Staat Mitglied der Vereinigten Staaten wurde.

Lucky Bill ist vom Atlantik an den Pazifik gereist und hat dabei nur Mitgliedstaaten durchquert.



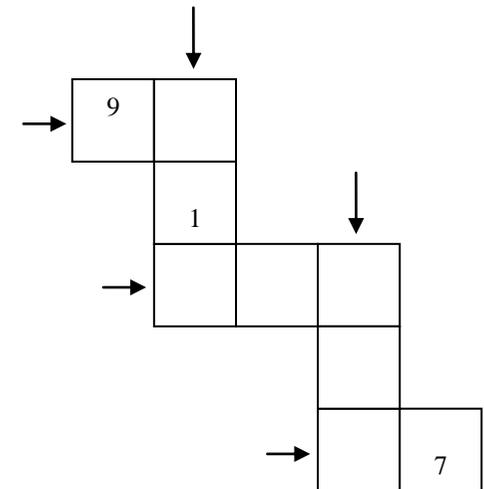
In welchem Jahr hat er frühestens den Pazifik erreicht?

Aufgabe 7: Magisch

Ergänzt jedes freie Feld des unten stehenden Gitters.

Achtung:

- Alle natürlichen Zahlen von 1 bis 9 müssen in dem Gitter vorkommen;
- Die Summe der Zahlen in den Zeilen und in den Spalten, die mit einem Pfeil markiert sind, muss die gleiche sein.



Aufgabe 8: Auf den Lehrer genau



Um die Länge der Einzäunung der Schule zu schätzen, stellen sich die Schüler der 8 Klassen entlang des Zauns auf und geben sich die Hand. Mit Hilfe ihrer Lehrer schaffen sie es gerade, dass der erste und der letzte sich die Hand geben können.

Gebt eine Schätzung für die Länge des Schulzauns an. Begründet eure Vorgehensweise.

Aufgabe 9: Schatzsuche

Auf dem Meeresboden findet Poseidon eine Amphore, auf der folgende Buchstaben eingraviert sind: XUPIRBHYHD. Neugierig geht er zu Athena, der Göttin der Weisheit, die ihm die folgenden Hinweise gibt:



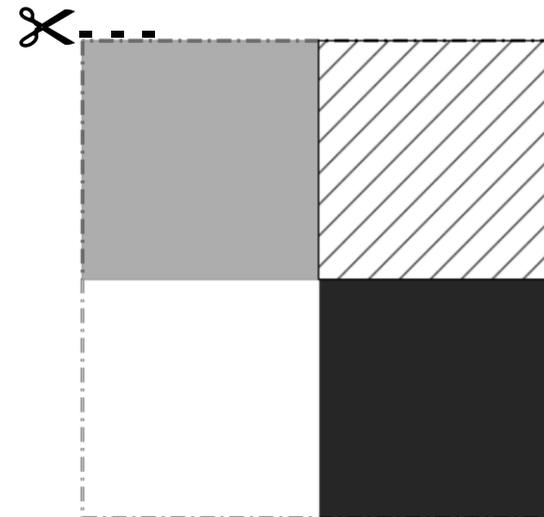
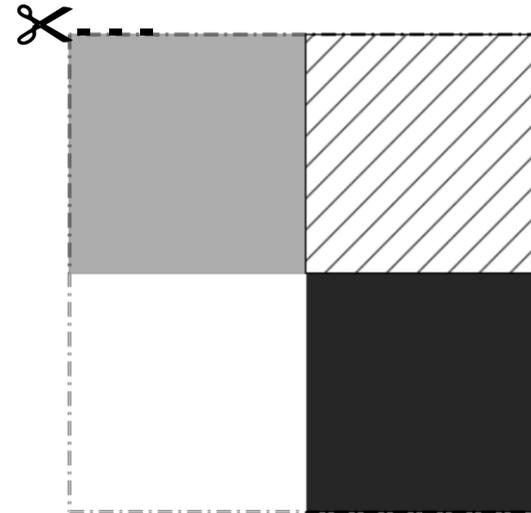
„Um jeden Buchstaben dieser Nachricht zu entschlüsseln musst du...

- jedem Buchstaben seine Stelle im Alphabet zuweisen (die 1 für A, die 2 für B, usw.);
- diese Zahl mit 3 multiplizieren;
- 7 zum Ergebnis addieren;
- das so erhaltene Ergebnis durch 26 dividieren;
- dem Rest dieser Division seinen Buchstaben im Alphabet zuweisen (A für 1, B für 2, usw.).“

Entschlüsse die Inschrift auf der Amphore.

Anhang:

Aufgabe 3: Origami



Mathematik ohne Grenzen junior

- Probewettbewerb 2014 -

Lösung



Epreuve 1 :

Le fou du riz

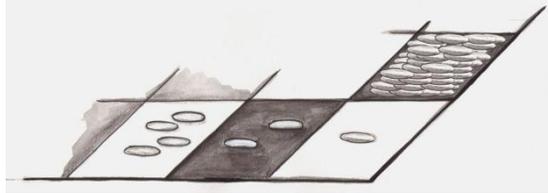
Crazy for rice

التمرين 1: مَجْنُونُ الأرز

Marco pose le 1000ème grain de riz sur la 10ème case.

Précision : On cherche sur quelle case Marco dépose le 1000ème grain (et non quelle case contient plus de 1000 grains).

D'une case à l'autre, Marco double le nombre de grains qu'il dépose (sur la 1ère case : 1 grain, sur la 2ème : 2 grains, sur la 3ème : 4 grains, sur la 4ème : 8 grains, ...).



N° de case	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de grains présents sur cette case	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
Nombre de grains au total sur l'échiquier	1	1+2=3	1+2+4=7	1+2+4+8=15	1+2+4+8+16=31	1+2+4+8+16+32=63	1+2+4+8+16+32+64=127	1+2+4+8+16+32+64+128=255	1+2+4+8+16+32+64+128+256=511	1+2+4+8+16+32+64+128+256+512=1023

Lorsque la 9ème case est remplie, il y a 511 grains au total sur l'échiquier.

Lorsque la 10ème case est remplie, il y a 1023 grains en tout sur l'échiquier.

Marco pose donc le 1000ème grain sur la **10ème** case.

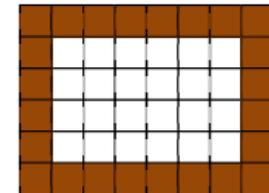
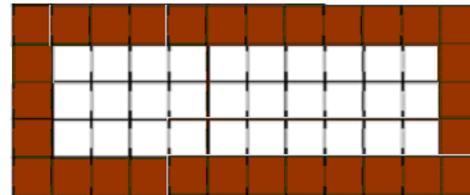
Marco puts the 1000th grain on the 10th square.

Explanation: By adding up all the grains Marco has already put down, we arrive at a total of 3 after the 2nd square, 7 after the third one and so on, finally reaching 511 grains after the 9th square (see below). As the Marco puts 512 grains on square number 10 alone, it is easy to see that this is the first time he has added up more than 1000 grains. Thus, he puts down the 1000th grain on square number 10 (as one of last grains to be put on this square!).

square no.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
number of grains on this square	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
total number of grains up to this square		1	3	7	15	31	63	127	255	511
		+	+	+	+	+	+	+	+	+
	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
		=	=	=	=	=	=	=	=	=
		3	7	15	31	63	127	255	511	1023

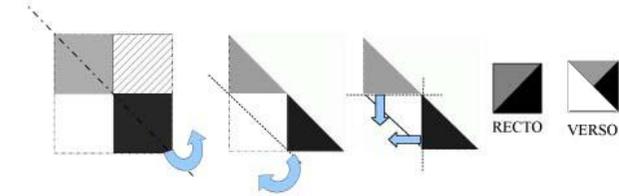
Aufgabe 2: Alles Schokolade

Es gibt nur zwei mögliche Antworten (4X6 oder 6X4 und 3X10 oder 10X3), also entweder 24 weiße und 24 schwarze Schokoladenstücke oder 30 weiße und 30 schwarze Schokoladenstücke.

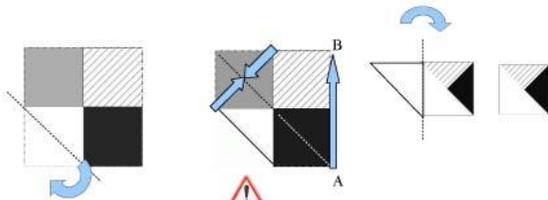


Aufgabe 3: Origami

CORRIGÉ FIGURE A



CORRIGÉ FIGURE B



⚠ Plier Gris sur Gris selon la diagonale en pointillés noirs. Ramener le carré noir vers l'intérieur selon la diagonale en pointillés blancs (le sommet A se retrouve sur B)

Aufgabe 4: Kino Mathepolis

In dem Kinosaal gibt es 50 Reihen (24+1+25) und in einer Reihe sind 22 Plätze (8+1+13). Also 1100 Plätze insgesamt (22x50).



Aufgabe 5: Simsen

Die Lösung ist:

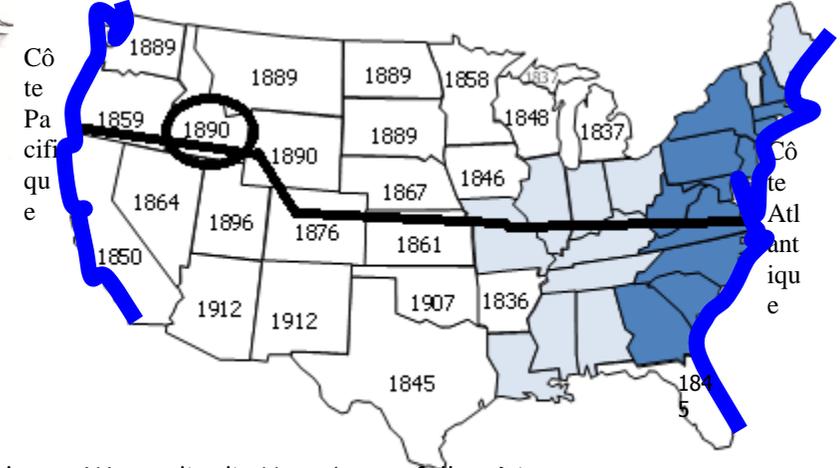
- Montag: 11 SMS
- Dienstag, Mittwoch und Donnerstag: 13 SMS (39 : 3)
- Freitag und Samstag: 15 SMS
- Sonntag: 20 SMS



Überprüfung:

- $11 + 39 + 30 + 20 = 100$

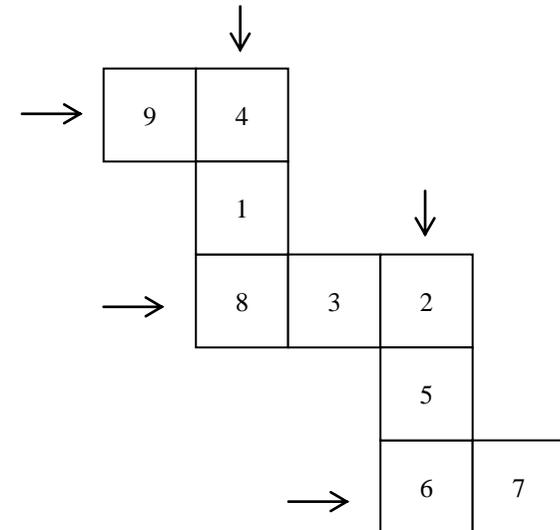
Aufgabe 6: Von Küste zu Küste



Es gibt mehrere Wege, die die Vorgaben erfüllen. Die eingezeichnete schwarze Linie ist ein möglicher Weg. Aber alle Überquerungen sind nur im Jahre 1890 möglich.

Aufgabe 7: Magisch

Die Summe der Zahlen in den Zeilen und Spalten, die mit einem Pfeil markiert sind, ist 13.



Aufgabe 8: Auf den Lehrer genau

Lösungsansatz:

Die Länge des Schulzauns ergibt sich, indem man Spannweiten von Schülern und Lehrern aufsummiert. Man kennt sie nicht, also nimmt man Näherungswerte dafür an. Damit ergibt sich für die ungefähre Länge des Schulzauns: $(8 \times \text{Anzahl der Schüler} \times \text{Spannweite der Schüler}) + (\text{Anzahl der Lehrer} \times \text{Spannweite der Lehrer})$.

Die unterstrichenen Angaben sind geschätzte Werte.

Schätzungen

Anzahl der Schüler: 25, aber Zahlen zwischen 20 und 30 können auch akzeptiert werden
Anzahl der Lehrer: 8 (aber je nach Kontext sind auch andere Zahlen möglich)

Spannweiten: Die anthropometrische Forschung zeigt, dass das Verhältnis zwischen Größe und Spannbreite eines Menschen fast 1 (0,9) ist. Die durchschnittliche Größe eines Kindes geht von 1 m 10 im Alter von 6 Jahren bis 1 m 40 im Alter von 10 Jahren. Die Schüler sollten bei einem Schüler oder bei mehreren Schülern ihrer eigenen Klasse die Spannweiten messen um eine Näherungswert zu erhalten. Die Spannweite eines Schülers kann zwischen 1 und 1,4 m variieren. Die Spannweite eines Lehrers kann zwischen 1,50 und 1,70 m variieren. Hier sollten die Schüler die Spannweite des anwesenden Lehrers messen.

Es gibt zwei mögliche Lösungswege:

Ein Durchschnittswert:

$$8 \times 25 \times 1,25 + 8 \times 1,50 = 262 \text{ m... also ca. } 250 \text{ m ...}$$

Dies ist nur eine mögliche Lösung. Die Lösung hängt vom Kontext und den Näherungswerten ab.

Alle Werte, die im unten vorgeschlagenen Intervall liegen, können akzeptiert werden.

Die Berechnung eines Intervalls:

Eine Möglichkeit den Näherungswert für den Schulzaun zu ermitteln ist die obere und untere Grenze des Intervalls zu bestimmen.

Untere Grenze: 20 Schüler, 1 m Spannweite ohne Lehrer: 160 m

Obere Grenze: 30 Schüler, 1 m 40 Spannweite und 8 Lehrer: 350 m

Damit ergibt sich als Intervall für den Schulzaun: [160; 350].



Alle Intervalle, die sich innerhalb dieses Intervalls befinden und die auf einer richtigen Schlussfolgerung, einer vernünftigen und begründeten Abschätzung der fehlenden Angaben beruhen, können akzeptiert werden.

Eine mögliche Punkteverteilung für diese Aufgabe wäre:

- 0 oder 0,5 Punkte für einen falschen Lösungsweg;
- 1 oder 1,5 Punkte, falls festgestellt wird welche Angaben fehlen;
- 2 oder 2,5 Punkte für eine richtige Berechnung, allerdings mit falschen Werten;
- 3 Punkte für einen falschen Lösungsweg, aber mit richtiger und begründeter Angabe der fehlenden Werte;
- 3,5 Punkte für einen richtigen Lösungsweg und richtiger und begründeter Angabe der fehlenden Werte, allerdings mit Rechenfehler;
- 4 oder 4,5 Punkte für eine richtige Lösung, aber in der Begründung sind noch kleine Fehler;
- 5 Punkte: Lösungsweg und Ergebnis richtig, sinnvolle Begründung.

Dieser Punktevorschlag kann auch auf die anderen Aufgaben angewendet werden.

Ein anderer Punktevorschlag, der die beiden Aspekte der Antwort berücksichtigt wäre:

- ♦ 1,5 Punkte für die Näherungswerte + 1 Punkt für die Begründung
- ♦ 1,5 Punkte für den richtigen Lösungsweg + 1 Punkt für die Begründung

Aufgabe 9: Schatzsuche

6. Klasse

Die Inschrift auf der Amphore lautet:

ARCHIMEDES

Hier eine tabellarische Übersicht:

Kodierter Buchstabe	X	U	P	I	R	B	H	Y	H	D
Stelle	24	21	16	9	18	2	8	25	8	4
3xStelle + 7	79	70	55	34	61	13	31	82	31	19
Rest	1	18	3	8	9	13	5	4	5	19
Entschlüsselter Buchstabe	A	R	C	H	I	M	E	D	E	S

