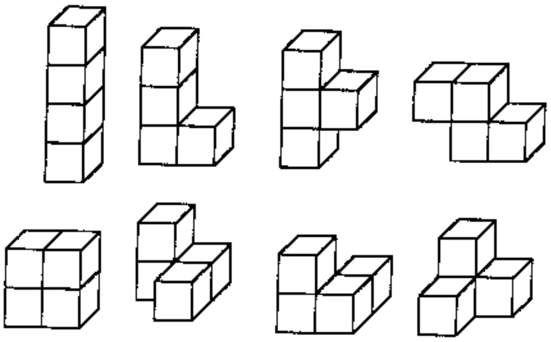
Exercice n°10 15 points *Quadricubes*

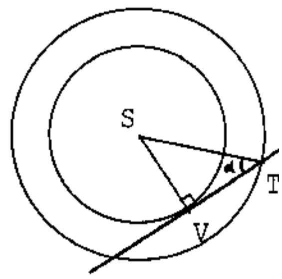


Il y a 8 quadricubes

Exercice n°11 5 points *Grand angle*

La valeur maximale de

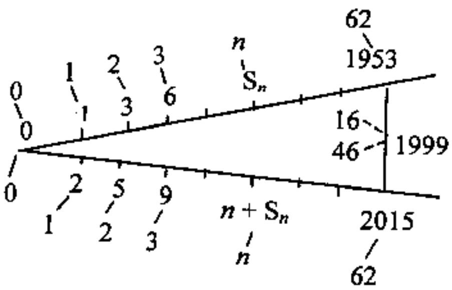
$\alpha = \widehat{STV}$ est obtenue lorsque (SV) $\perp$ (VT), c'est à dire lorsque (TV) est tangente à la trajectoire de V.



Le rayon de l'orbite de Vénus es
$SV = ST \sin\alpha \quad (\alpha \approx 46°)$ $\boxed{SV \approx 107\,900\,970 \text{ km}}$.

N.B. Sur la figure, si ST est représenté par 5 cm, S\
est représenté par environ 3,597 cm.

Exercice n°12 10 points *Sur le réseau*



$$S_n = 0 + 1 + 2 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

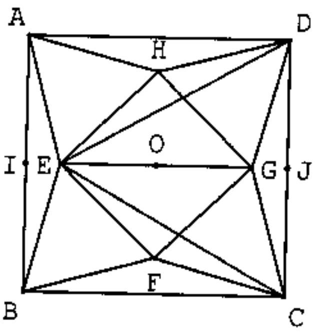
Sur la « diagonale » n figurent les entiers x tels que

$$S_n \leqslant x \leqslant n + S_n.$$

On a : $S_{62} = 1953$, donc 1999 est sur la diagonale 62 ; or

$1999 - 1953 = 46$ qui est l'abscisse de 1999. La diagonale 62 aboutit
$S_{62} + 62 = 2015$; or $2015 - 1999 = 16$, qui est l'ordonnée de 199
On obtient : $\boxed{(46\,;16)}$

Exercice n°13 15 points *Mystère pour une pyramide*



Soit O le centre du carré ABCD et I et J les milieux de [AB] et [CD].
Le triangle CDE est équilatéral de côté 10 cm, donc $EJ = 5\sqrt{3}$ cm et $EI = 10 - 5\sqrt{3}$ c
D'après le théorème de Pythagore,

$$AE^2 = AI^2 + IE^2 = 25 + (10 - 5\sqrt{3})^2 = 200 - 100\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\boxed{AE = 10\sqrt{2-\sqrt{3}} \text{ cm}}$. De même : $AH = 10\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm.

On a : $OE = OI - IE = 5 - (10 - 5\sqrt{3})$. $\boxed{OE = OH = 5\sqrt{3} - 5 \text{ cm}}$.

D'après le théorème de Pythagore, $EH^2 = EO^2 + OH^2$, donc : $EH^2 = 2\,(5\sqrt{3} - 5)^2$

et $EH^2 = 200 - 100\sqrt{3} = AE^2$. Le triangle AEH est équilatéral de côté $10\sqrt{2-\sqrt{3}}$ cm.

Il en est de même des triangles DHG, CGF et EBF : la pyramide considérée existe car AE > OE. Elle est régulière et son sommet S se projette en O. Sa hauteur est h telle que : $h^2 = SE^2 - OE^2$; $SE = AE = 10\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

On a : $h^2 = (200 - 100\sqrt{3}) - (100 - 50\sqrt{3}) = 100 - 50\sqrt{3} = 25(4 - 2\sqrt{3})$. $\boxed{h = 5\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \text{ cm} \approx 3{,}66 \text{ cm.}}$

2ème méthode

Le triangle ABG est équilatéral donc $\widehat{BAG} = 60°$ donc $\widehat{DAG} = 30°$, puis $\widehat{ADG} = 75°$ et $\widehat{GDC} = 15°$; de même $\widehat{ADH} = 15°$, puis $\widehat{HDG} = 60°$: le triangle HDG est équilatéral, de même que les triangles AHE, BEF et CFG ; Le quadrilatère EFGH est un losange ayant un angle droit, c'est un carré. On a : $EO = \dfrac{AE}{\sqrt{2}} < EA$, donc on obtient une pyramide.