

Mathématiques Sans Frontières



Epreuve de découverte - Édition 2010

- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour tous les exercices sauf les numéros 7, 8, 9 et 12.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1 7 points

Aide-mémoire

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.



Opa hat drei Töchter: Anne, Beatrice und Chloé.
Er hat sechs Enkel: vier Jungen (Emile, François, Gilles, Hector) und zwei Mädchen (Irene, Jeanne).
Opa erinnert sich nicht an die Vornamen der Kinder von Beatrice. Er weiß aber noch, dass

- von seinen drei Töchtern Beatrice die meisten Kinder hat,
- Anne keine Tochter hat,
- Jeanne zwei Brüder und keine Schwester hat,
- Irene keine Schwester und auch keinen Bruder hat,
- Gilles einen Bruder, aber keine Schwester hat,
- Emile eine Schwester und auch Hector eine Schwester hat.

Helpt Opa die Vornamen der Kinder von Beatrice herauszufinden.

Grandpa has three daughters : Anne, Béatrice and Chloé.
He has six grandchildren : four boys (Emile, François, Gilles, Hector) and two girls (Irene, Jeanne).

Grandpa cannot now remember the names of Béatrice's children but, on the other hand, he remembers clearly that

- of his three daughters, Béatrice has the most children.
- Anne does not have a daughter
- Jeanne has two brothers and no sister
- Irene has no sister and no brother
- Gilles has a brother but no sister
- Emile has a sister. Hector has a sister.

Help Grandpa to remember the names of Béatrice's children.

El abuelo tiene tres hijas: Anne, Béatrice y Chloé.
Tiene seis nietos: cuatro niños (Emile, François, Gilles, Hector) y dos niñas (Irene, Jeanne).

El abuelo ya no se acuerda de los nombres de los hijos de Béatrice pero sin embargo si se acuerda, que:

- De sus tres hijas, Béatrice es la que tiene más hijos;
- Anne no tiene niña;
- Jeanne tiene dos hermanos y no tiene hermana;
- Irène no tiene hermana y no tiene hermano;
- Gilles tiene un hermano pero no tiene hermana;
- Emile tiene una hermana. Hector tiene una hermana.

Ayuda al abuelo a recordar los nombres de los hijos de Béatrice.

Nonno ha tre figlie: Anna, Beatrice e Cloe.

Ha sei nipoti: quattro maschi (Emilio, Francesco, Egidio ed Ettore) e due femmine (Irene e Gianna).

Egli non si ricorda i nomi dei figli di Beatrice, ma è sicuro che :

- delle tre figlie, Beatrice è quella con il maggior numero di figli;
- Anna non ha figlie ;
- Gianna ha due fratelli e non ha sorelle ;
- Irene non ha né sorelle né fratelli ;
- Egidio ha un fratello, ma nessuna sorella ;
- Emilio ha una sorella ; Ettore ha una sorella.

Aiutate il Nonno a ritrovare i nomi dei figli di Beatrice.

Exercice 2 5 points

Calculs en boucle

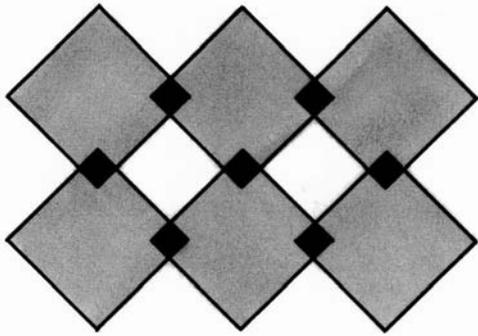
Chloé possède onze perles. Chacune porte un nombre :

(-5) (-4) (-3) (-2) (-1) (0) (1) (2) (3) (4) (5)

Elle veut faire un collier de telle sorte que, lorsqu'il est fermé, la somme des nombres portés par deux perles voisines soit toujours égale à -1 , 0 ou 1 .

Donner un exemple de collier convenant à cette condition. Combien y a-t-il de solutions ? Expliquer.





Exercice 3
7 points

Cabocons

A Mathématiques sans Frontières, comme aux Jeux Olympiques, il est important de participer. Cette réflexion a conduit Jidé à proposer pour notre compétition un logo formé de six grands carrés entrelacés. Leurs intersections sont des petits carrés noirs de dimensions égales.

Dessiner ce logo sur la feuille réponse en choisissant les dimensions de sorte que l'aire totale de la partie grise égale 40 fois l'aire totale de la partie noire.
Présenter les calculs.

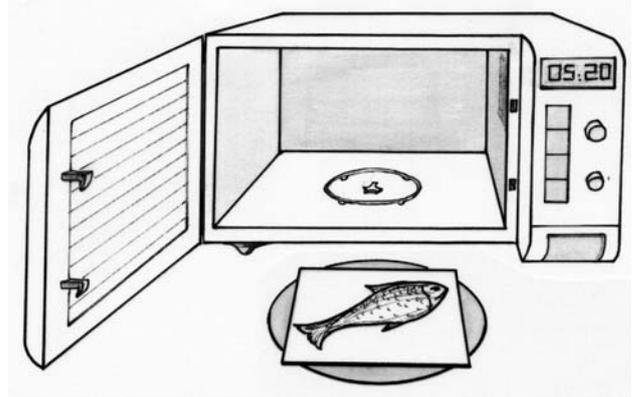
Exercice 4
5 points

Et pourtant, il tourne !

Pour réchauffer un plat, Marc le pose sur le plateau tournant de son micro-ondes. Si le plat est petit, la rotation s'effectue sans difficulté ; si le plat est un peu grand, celui-ci heurte les parois intérieures du four, glisse sur le plateau, ce qui a pour effet de bien disposer le plat sur le plateau tournant et la rotation s'effectue alors sans autre difficulté. Si le plat est trop grand, il heurte les parois intérieures et refuse de tourner : il glisse sur le plateau tournant.

Les dimensions intérieures du four sont : 16 cm de hauteur, 35 cm pour la largeur et pour la profondeur.

Marc possède un plat carré qui refuse de tourner et un plat rectangulaire qui tourne correctement. Pourtant la longueur du plat rectangulaire est supérieure au côté du plat carré.



Expliquer le phénomène !

Exercice 5
7 points

Tri sélectif

Don Salluste possède 2009 pièces de monnaie. 2008 pièces sont en or pur et ont le même poids. Une pièce est en alliage et elle est un peu plus légère que les autres. Son aspect ne permet pas de la différencier des autres pièces.

Si cette pièce en alliage est dissimulée avec 8 pièces d'or dans un lot de 9 pièces, son valet Blaze est capable de l'isoler en exactement 2 pesées à l'aide de sa balance à deux plateaux.

Expliquer la méthode de Blaze.

En appliquant cette méthode, combien faut-il de pesées pour isoler la pièce en alliage parmi les 2009 pièces de monnaie ? Expliquer.



Exercice 6
5 points

Pour les huiles

Agrippine et Marius reviennent du marché avec une cruche pleine d'huile d'olive et dont la capacité est de 8 cotylas. A la maison ils disposent de deux autres cruches vides, une petite dont la capacité est de 3 cotylas et une autre dont la capacité est de 5 cotylas. Sans utiliser d'autre récipient, ils parviennent par un minimum de transvasements successifs à se répartir équitablement le précieux liquide.

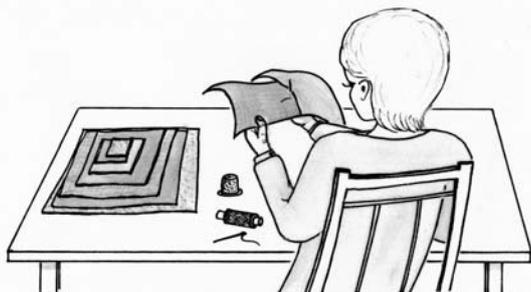
Expliquer comment ils ont procédé.

Le cotyla est une unité romaine de capacité.



Exercice 7
7 points

Patchwork



Simone vient d'apprendre les bases du patchwork, assemblage délicat de bouts de tissus.

Elle a découpé 9 carrés de tailles différentes dans des restes de tissu colorés.

Les dimensions en centimètres des côtés des 9 carrés tels qu'ils vont apparaître dans le patchwork sont : 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 et 18.

Elle veut décorer un coussin en réalisant, avec ces 9 carrés, un rectangle, qu'elle va coudre sur le dessus du coussin.

Trouver les dimensions du rectangle et dessiner le patchwork de Simone à l'échelle 1/2.

Exercice 8
5 points

Schmutzele

Dix amis venant de trois régions se retrouvent à Strasbourg. La première voiture vient d'Auvergne, la seconde de Bretagne et la dernière de Catalogne.

Pour se dire bonjour, on se fait la bise.

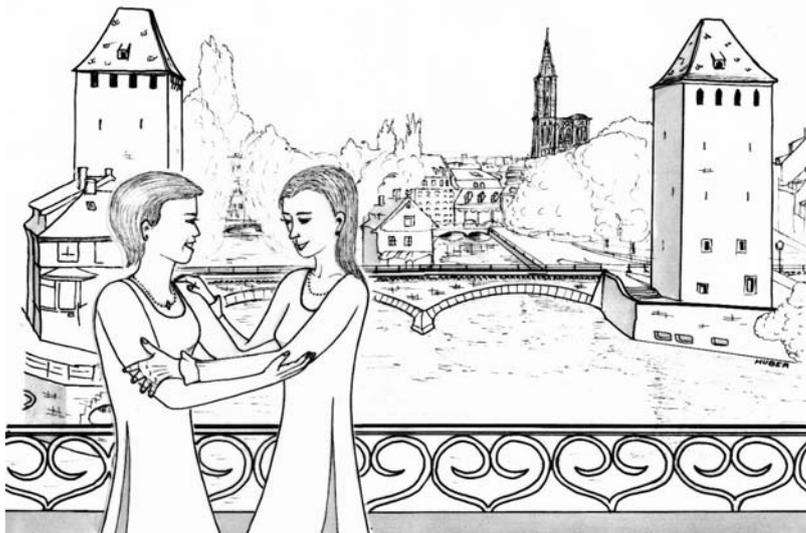
En Bretagne on se fait 4 bises, en Auvergne 2 bises, et en Catalogne 3 bises.

C'est toujours le nombre de bises de celui qui en fait le moins qui est échangé.

Chacune des trois voitures a au maximum 5 places.

Les occupants d'une même voiture ne se font pas la bise.

Lorsque les dix amis se sont retrouvés, il y a eu 75 bises échangées.



Déterminer le nombre d'Auvergnats, De Bretons et de Catalans. Présenter la vérification.

Exercice 9
7 points

Pentadé



Avec un carré de côté a , deux triangles équilatéraux de côté a et deux losanges formés chacun de deux triangles équilatéraux, on peut construire un curieux solide à 5 faces : le pentadé.

On lance alors 100 fois ce solide pour étudier sur quelle face il se pose le plus fréquemment.

Construire un pentadé en carton, numéroter ses faces et lancer 100 fois ce solide en le faisant bien tourner.

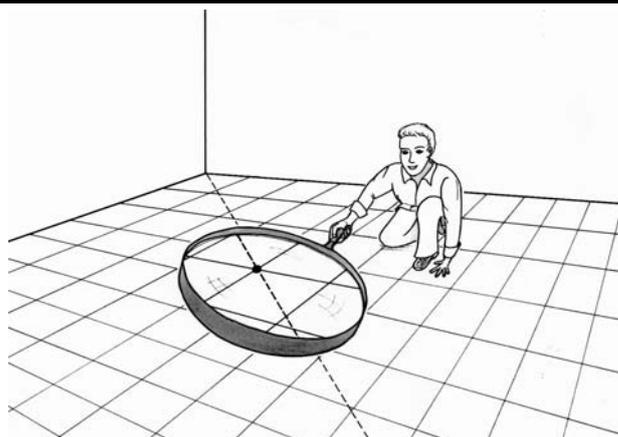
Dessiner sur la feuille-réponse un patron du pentadé et inscrire sur chaque face la fréquence à laquelle elle s'est trouvée en dessous.

Exercice 10
10 points

En diagonale

Le sol d'une salle rectangulaire est recouvert de dalles carrées entières juxtaposées. La diagonale de la salle passe sur 36 dalles et par 2 nœuds. Un nœud est un point du quadrillage défini par les dalles.

Combien peut-il y avoir de dalles, au maximum, dans cette salle ? Expliquer.



SPECIAL SECONDE



Exercice 11 5 points

Chaud-froid

En rentrant chez lui, Geoffroy constate que son radio-réveil clignote et indique 1 h 15 min.

Pendant son absence, il y a eu une coupure de courant. Lorsque le courant a été rétabli, son radio-réveil a redémarré en affichant 0 h 00 min.

Pour déterminer la durée de la coupure de courant, il consulte le thermomètre de son congélateur. Il indique -17°C . Sa température normale de fonctionnement est de -18°C .

Geoffroy admet que les variations de température sont proportionnelles aux durées de fonctionnement ou de coupure : la température de son congélateur augmente de $0,5^{\circ}\text{C}$ par heure lorsqu'il est éteint, et qu'elle diminue de 2°C par heure lorsque le courant est rétabli.

Combien de temps la coupure de courant a-t-elle duré ? Expliquer.

Exercice 12 7 points

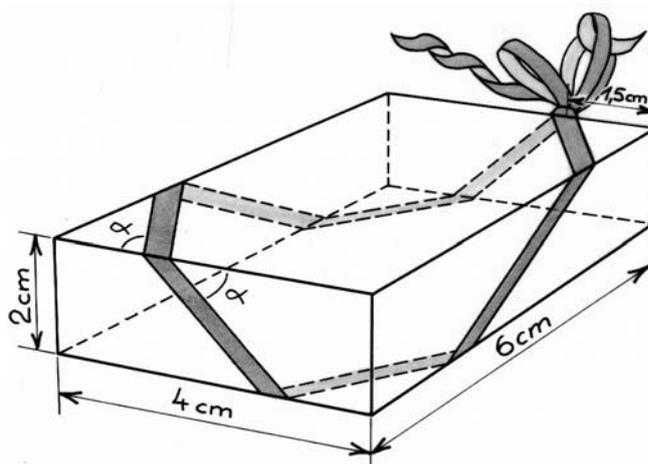
Pakékado

Pour Noël, Gabrielle a emballé un cadeau dans une boîte parallélépipédique de dimensions $6\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Elle voudrait le décorer d'un joli ruban disposé comme sur la figure ci-contre.

Gabrielle a remarqué que lorsqu'elle applique bien le ruban sur les faces de la boîte, au passage de chaque arête, l'angle formé par le ruban et l'arête reste le même d'une face à la suivante. Elle se demande alors comment elle doit choisir cet angle pour bien revenir au point de départ.

Prolonger un patron de ce paquet cadeau pour dessiner d'un seul tenant le parcours du ruban dans l'ordre des faces traversées.

Déterminer à l'aide d'une calculatrice une valeur approchée de l'angle α au degré près.



Exercice 13 10 points

Zorro y est arrivé !

Dans un triangle rectangle dont les côtés mesurent 20 cm , 16 cm , 12 cm , Don Diego de la Vega trace un Z avec la pointe de son épée ; il découpe ainsi le triangle en quatre triangles de même aire. Son Z est une ligne brisée formée de 3 segments dont les extrémités sont situées sur les côtés ou les sommets du triangle rectangle.

Présenter trois solutions pour ce partage. Pour chaque solution préciser, sur les côtés du triangle rectangle, la position des quatre points formant le Z.

