Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve du 6 février 2007

Exercice 1 : Corvée de plonge

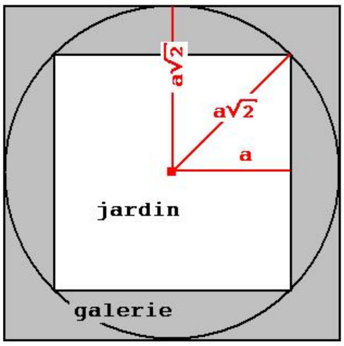
9 + 16 = 25 personnes séjournent dans le centre. 68% de 25 = 17 personnes sont de corvée de vaisselle.
Si l'on considère que les 9 adultes feront la vaisselle alors 17 – 9 = 8 adolescents les aideront soit bien la moitié d'entre eux.
Si l'on considère que les 16 adolescents feront la vaisselle alors 17 – 16 = 1 adulte les aidera.
Les adolescents ont donc raison sur le 1^er^ point mais par sur le 2^ème^ point.

Exercice 2 : Grille-souris

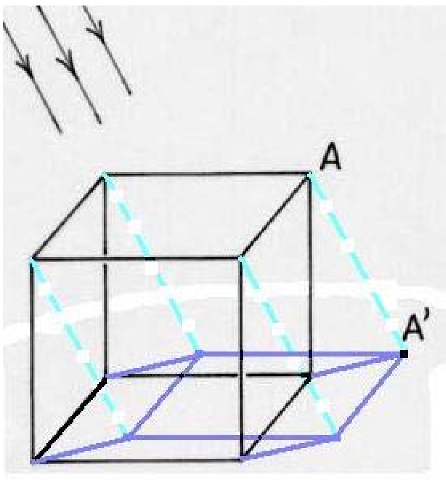
Au début de jeu, la souris a le temps de quitter la tour, où elle est en danger. Elle descend donc dans le rectangle pendant que le chat se rapproche.
On observe que les cases sont alternativement sombres ou claires.
Si le chat se déplace dans le rectangle, la souris répond toujours en allant sur une case de la même couleur que la sienne. Elle pourra ainsi se maintenir à une distance de sécurité, restant sur une case diagonalement opposée à celle du chat dans un carré.
Pour changer cette alternance des couleurs, le chat doit aller au sommet de la tour pour passer successivement sur 2 cases claires.
Au retour, il sera maître du jeu et pourra repousser la souris dans un coin, avant de la croquer.

Exercice 3 : Technique moyenâgeuse

Soit a le demi-côté du jardin. Le rayon du cercle est alors $a\sqrt{2}$; il est égal au demi-côté du grand carré.
L'aire du petit carré est $4a^2$, celle du grand est alors $8a^2$.
L'aire de la galerie est la différence de ces aires.
Elle est égale à l'aire du jardin.

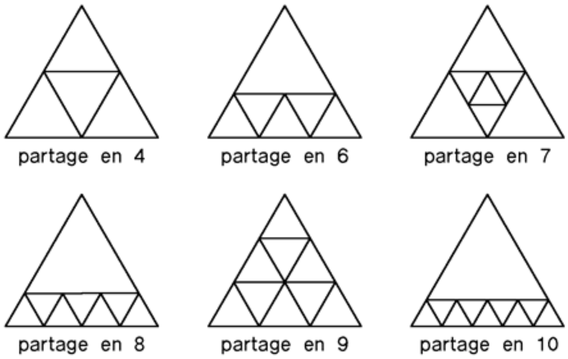


Exercice 4 : Filhouette



Exercice 5 : Partages équilatéraux

Voici des partages.
Il y a souvent plusieurs solutions.
Le partage en 5 triangles équilatéraux est impossible.



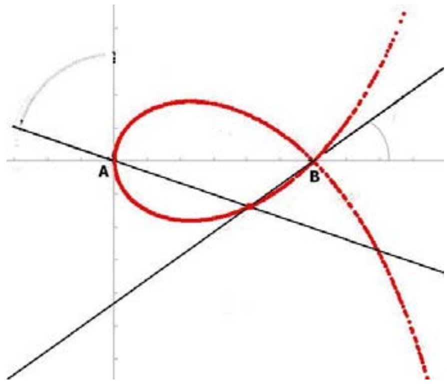
Il existe au moins un partage dès que n > 5.

Exercice 6 : Que de poissons !

D'après les deux premières affirmations, il y a, en tout, 12 + 7 = 19 poissons rouges.
Si 12 poissons rouges ont un poisson blanc devant eux, alors 12 poissons blancs ont un poisson rouge **derrière** eux … et si 3 poissons blancs ont un poisson blanc devant eux, alors 3 poissons blancs ont un poisson blanc **derrière** eux.
Il y a donc en tout, 15 poissons blancs, et, au TOTAL, 34 poissons.
L'unicité de la solution n'était pas demandée.

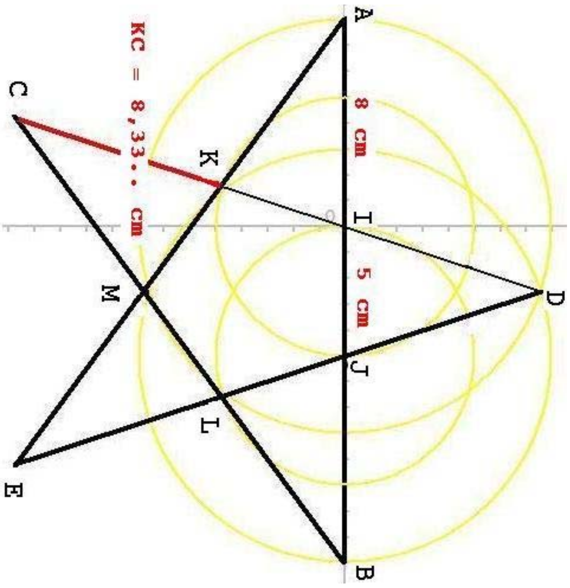
Exercice 7 : Strophoïde de Newton

Pour voir une animation, on pourra cliquer sur le lien
http://www.mathcurve.com/courbes2d/strophoiddroite/strophoiddroite.shtml



Exercice 8 : Académie de la star

Les élèves chercheront en faisant des essais. L'étoile est parfaite quand le rapport b/a égale le nombre d'or, soit 1,618…
Avec la contrainte des dimensions de la feuille, les étoiles les plus régulières sont obtenues pour les couples (a ; b) = (3 ; 5) et (a ; b) = (5 ; 8).
Pour la 1ère étoile, KC = 4,5 cm au lieu de 5 (erreur relative 10%), distance calculée.
Pour la 2ème étoile, KC = 8,33 cm au lieu de 8 (erreur relative ≈ 4,17%)
C'est donc la meilleure solution.
Si l'on fait pivoter cette étoile, elle rentre aisément dans le format de la feuille-réponse.

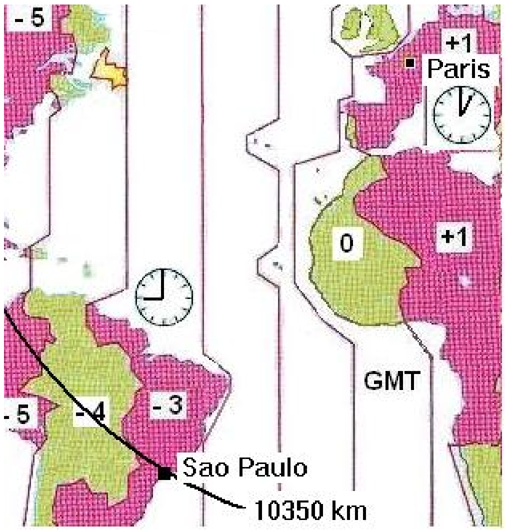


Exercice 9 : Décalage horaire

Soit t la durée d'un trajet et d le décalage horaire (positif si la destination est à l'Est de Paris)

On a le système $\begin{cases} t + d = 7 \text{ h } 30 \\ t - d = 15 \text{ h } 30 \end{cases}$.

Sa solution est : t = 11 h 30 et d = -4.
La destination de Michel est à environ 10 350 km de Paris, dans le fuseau horaire –3
C'est au Brésil, Rio ou Sao Paulo.



Exercice 10 : Grand bleu

	Carré du rayon	Aire du niveau
Premier niveau	$\frac{75}{4} = 18{,}75$	$\frac{75}{4}\pi = 18{,}75\,\pi \approx 58{,}9$
Deuxième niveau	25	$25\pi \approx 78{,}5$
Troisième niveau	$\frac{19}{4} = 4{,}75$	$\frac{19}{4}\pi = 4{,}75\pi \approx 14{,}9$

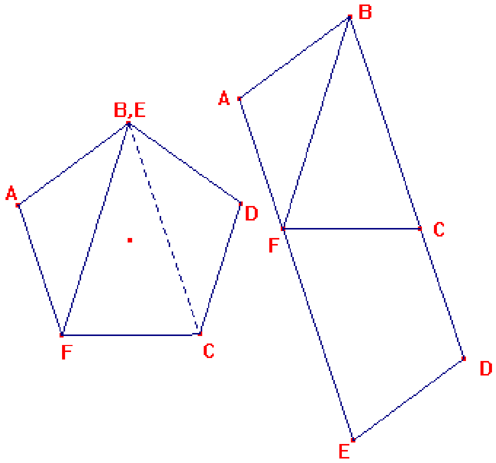
La surface totale habitable est de $\frac{97}{2}\pi = 48{,}5\pi \text{ m}^2 \approx 152{,}4 \text{ m}^2$.

Spécial Seconde

Exercice 11 : Tintamarre

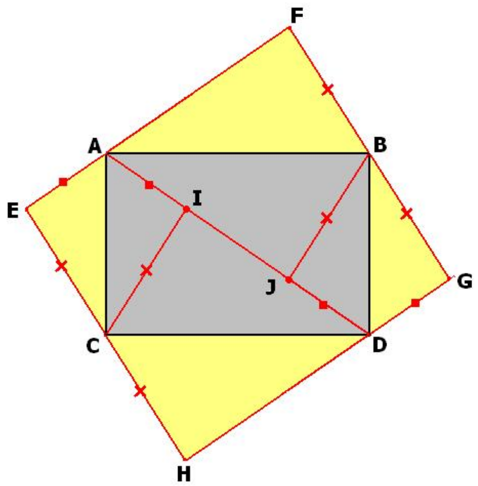
Les appartements de droite de chaque étage portent des numéros qui sont des carrés parfaits. L'appartement de droite de l'étage du 2007 sera le 2025 (= 45^2), et l'appartement de droite de l'étage en dessus sera le 1936 (= 44^2). Comme l'appartement 2007 se trouve 18 places avant le 2025, celui d'en dessus sera 17 places avant le 1936, c'est donc le 1919.

Exercice 12 : Jeu de papier



Chaque angle du pentagone mesure 108°.
Le quadrilatère initial, avant pliage a 2 angles opposés égaux de 108° : $\widehat{A}$ et $\widehat{D}$. Les deux autres angles mesurent 72°.
Ce quadrilatère est donc un parallélogramme.
BF = 12 sin(54°) ≈ 9,7 cm

AE = 6 + 12 sin(54°) ≈ 15,7 cm.



Exercice 13 : Développée à envelopper

Pour raisons de symétrie, on a AE = AI et AF = AJ = ID.
Alors EF = AI + ID = AD.
On calcule cette diagonale avec Pythagore :
$EF = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$ cm.
Pour calculer la largeur EH, on peut penser au fait que l'aire de EFGH est double de celle de ABCD.

Alors $EH = \dfrac{2\times 9\times 13}{5\sqrt{10}} = \dfrac{117\sqrt{10}}{25}$ cm.

D'autres démarches sont possibles.