

1997
Compétition
interclasses
de 3^e et 2^{de}

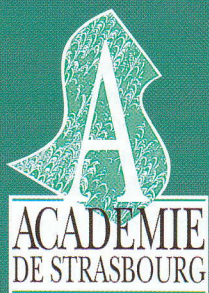
Mathématiques sans frontières



organisée par
l'IREM et l'Inspection
Pédagogique Régionale

Coordination générale :
**Mathématiques
sans frontières**

6, rue de la Toussaint
67081 Strasbourg Cedex
Fax : 03 88 23 38 76



ÉPREUVE D'ENTRAÎNEMENT - DÉCEMBRE 1996

Les exercices n° 4, 6, 8, 9 et 11 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées. Toute solution, même partielle, sera examinée. **Le soin sera pris en compte.** Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice.

Exercice 1 **Détecteur de mensonges**

10 Points

Solution à rédiger en allemand, anglais, italien ou espagnol.

Auf dem Planeten MB 52 leben nur zwei Stämme. Die Mitglieder des einen Stammes sagen immer die Wahrheit, während die Mitglieder des anderen Stammes stets lügen.

Ein Astronaut, der MB 52 besuchen möchte, sucht einen Reiseführer unter den Bewohnern, die stets die Wahrheit sagen. Er fragt den ersten Eingeborenen, den er trifft :

"Zu welchem Stamm gehörst du ?"

Dieser antwortet natürlich :

"Ich sage immer die Wahrheit."

Da er zweifelt, schickt ihn der Raumfahrer zu einem anderen Bewohner, um zu fragen, zu welchem Stamm er gehöre. Bei seinem Rückkehr berichtet er :

"Er hat geantwortet, daß er die Wahrheit sagt."

Kann der Astronaut den ersten Planetenbewohner als Reiseführer einstellen ? Erkläre die Antwort.

.....

On planet MB 52 there are only two tribes : one tribe that is always telling the truth and one tribe who is always lying.

A space traveller is looking for a guide among those who are always telling the truth in order to visit the MB 52. He asks the first inhabitant he meets :

"Which tribe do you belong to ?"

Of course the man answers :

"I am always telling the truth."

In doubt the traveller sends him to ask another native which tribe he belongs to. The first inhabitant comes back and tells the traveller :

"He told me he is always saying the truth."

Can the traveller take the first inhabitant met on planet MB 52 as a guide or not ? Explain your answer.



Sul pianeta MB 52 ci sono solo due tribù : la tribù di quelli che dicono sempre la verità e quella di coloro che mentono sempre.

Un viaggiatore spaziale alla ricerca di una guida tra gli abitanti che dicono la verità per visitare il pianeta MB 52, chiede al primo che incontra : "a quale tribù appartieni ?"

L'interpellato risponde : "io dico sempre la verità".

Nel dubbio, il viaggiatore lo manda a chiedere ad un altro abitante a quale tribù quest'ultimo appartenga. Il primo abitante ritorna riferendo : "mi ha risposto che dice sempre la verità".

Il viaggiatore può assumere come guida per la visita il primo abitante che ha incontrato sul pianeta ? Si spieghi la risposta.

.....

En el planeta MB 52, solamente existen dos tribus : la tribu de los que siempre dicen la verdad y la de los que siempre mienten.

Un viajero espacial busca un guía entre los que siempre dicen la verdad para que le muestre MB 52. Éste pregunta al primer habitante que se encuentra :

"¿ A qué tribu perteneces tú ?"

Por supuesto, éste responde :

"Yo siempre digo la verdad."

En la duda, el viajero le manda preguntar a otro autóctono a qué tribu pertenece éste último. El primer habitante regresa y dice al viajero :

"Me ha contestado que él siempre dice la verdad."

¿ Puede el viajero coger como guía al primer habitante que ha encontrado en el planeta MB 52 ? Explique su respuesta.

Exercice 2 **En bonne estime**

5 Points

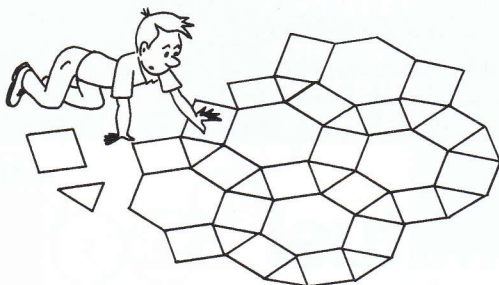
Le baron de Münchhausen décida de faire réaliser une mosaïque dans la grande salle de sa demeure.

Le motif choisi, représenté ci-dessous, est l'assemblage

d'un hexagone régulier bordé de carrés eux-mêmes reliés par des triangles équilatéraux.

Le baron demanda à son majordome de commander 1 200 hexagones et lui laissa le soin d'estimer le nombre de carrés et le nombre de triangles nécessaires pour la réalisation de cette mosaïque.

Donner une valeur approximative du nombre de carrés et une valeur approximative du nombre de triangles en justifiant les réponses.



Exercice 3 **Passer au vert**

10 Points

M. Laverdure a décidé de ne plus brûler ou jeter ses déchets de jardin, mais de les composter.

A cet effet, il dispose d'un treillis rectangulaire

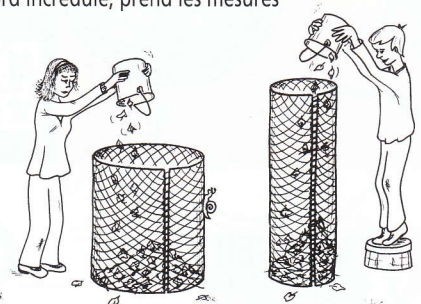
d'une aire de 2,70 m².

Quelques attaches lui suffisent pour joindre deux côtés opposés et obtenir un réservoir cylindrique vertical dont la hauteur correspond à la longueur de son rectangle.

Sa voisine lui fait remarquer que, s'il avait choisi de réunir les deux autres côtés de son treillis, son cylindre serait moins haut, mais d'une plus grande contenance.

M. Laverdure, tout d'abord incrédule, prend les mesures nécessaires et effectue quelques calculs. Puis il défit sa première construction et constate avec satisfaction que son nouveau cylindre a un volume supérieur de 20 % à l'ancien.

Quel est ce nouveau volume ?



Exercice 4
5 Points

Compte sumérien

La figure ci-contre représente la face et le revers d'une tablette sumérienne. Selon l'usage, il y a environ 5 000 ans, le scribe a inscrit avec sa pointe de roseau sur l'argile fraîche le détail d'un

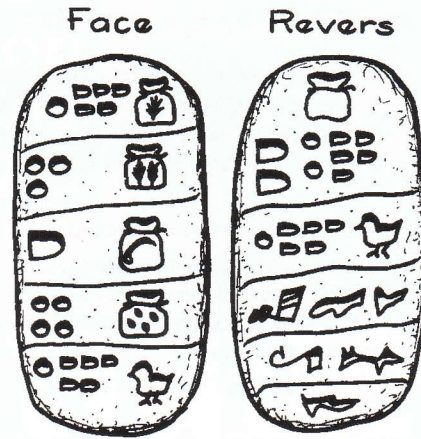
marché.

Sur la partie face, chaque ligne indique la quantité et la nature du produit. On lit ainsi de haut en bas le nombre de sacs d'orge, de blé, de haricots, de lentilles et le nombre de volatiles.

Les quantités sont exprimées à l'aide de l'unité représentée par une encoche fine "D", de la dizaine représentée par une empreinte circulaire "O", et d'une quantité non précisée figurée par une encoche épaisse "D".

Sur la partie revers figure une récapitulation : la première ligne indique le nombre total de sacs, la seconde rappelle le nombre de volatiles puis viennent les signatures de l'acheteur et du vendeur.

Quel est le nombre d'unités représenté par l'encoche épaisse "D" ?



Exercice 5
10 Points

Histoire de sécher

Nelly veut faire sécher 3 kg de fruits frais. La quantité d'eau contenue dans les fruits représente 99 % de la masse totale.

Après quelque temps d'évaporation, la quantité d'eau dans les fruits ne représente plus que 98 % de la nouvelle masse.

Combien les fruits pèsent-ils alors ? Justifier la réponse.



Exercice 6
5 Points

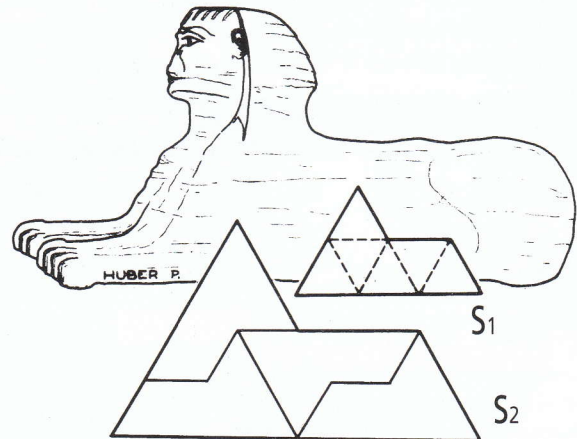
Le sphinx

Le sphinx S1 est la figure formée par six triangles équilatéraux disposés comme l'indique la figure.

La figure S2 est un sphinx dallé avec quatre sphinx S1, dont certains sont retournés.

Sur la feuille-réponse, construire un sphinx S3 dallé avec neuf sphinx S1.

D'après l'article de M. Pagano
Bulletin APMEP n° 403



Exercice 7
10 Points

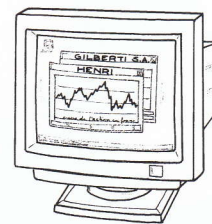
Yoyo boursier

C'est bien connu la bourse n'est pas sortie du tunnel ! Ainsi les actions de la société Gilberti S.A. se comportent de façon bizarre. De jour en jour, elles montent et descendent

alternativement :

- si leur valeur a augmenté hier, alors elle baissera aujourd'hui de 10 % par rapport à celle d'hier.
- si leur valeur a baissé hier, alors elle augmentera aujourd'hui de 10 % par rapport à celle d'hier.

Au delà de deux semaines, par rapport à la valeur d'origine, l'action Gilberti a-t-elle augmenté, a-t-elle diminué, ou est-elle restée constante ? Expliquer la réponse.

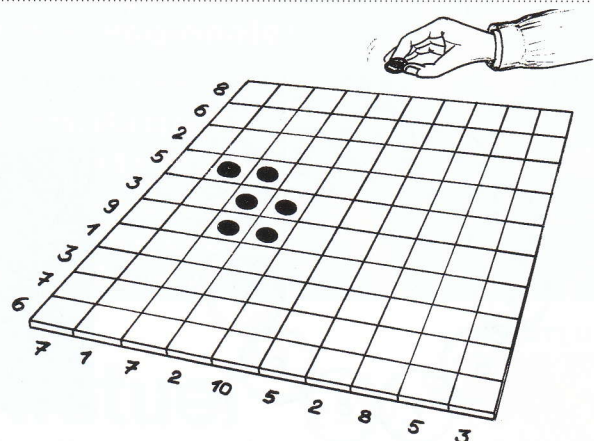


Exercice 8
5 Points

En noir et blanc

Ce jeu se joue avec des pions blancs et des pions noirs, un par case. A la fin de la partie, la grille est remplie avec autant de pions blancs que de pions noirs. Paul a marqué devant

chaque ligne et au-dessous de chaque colonne, le nombre de pions noirs présents. Sur la feuille réponse, recopier et compléter la grille ci-contre avec les pions noirs et les pions blancs.



Exercice 9
10 Points

On sèche encore !

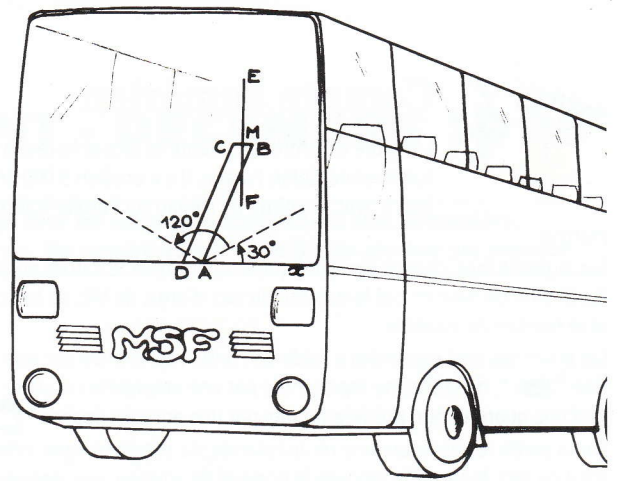
Depuis le temps que le balai faisait l'essuie-glace sur la vitre de l'autobus, le chauffeur ne s'était jamais inquiété.

Mais ce soir, dans l'éblouissement des phares, une question l'intrigue : quelle est la surface balayée par l'essuie-glace entre ses deux positions extrêmes ?

Sur la feuille réponse, dessiner cette surface à l'échelle 1/10 et la colorier.

Données : Le bras est un parallélogramme articulé ABCD, qui tourne autour des points fixes A et D. Le point de fixation M est le milieu de la barre [BC] et du balai [EF]. L'angle BME est toujours droit. A l'arrêt l'angle BAx est égal à 30° et il varie au cours du balayage entre 30° et 150°. La vitre est plane.

BC = 10 cm CD = 85 cm EF = 80 cm



Exercice 10
15 Points

Des dalles, suite

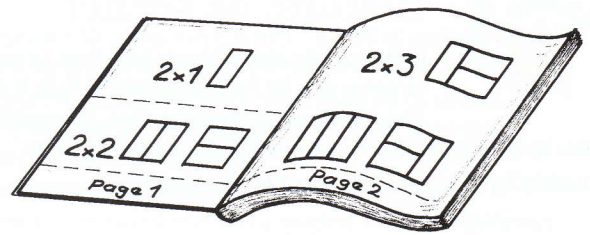
Dans son château le baron de Münchhausen veut recouvrir le sol d'un couloir qui mesure 2 mètres de large avec des dalles de 1 mètre de large sur 2 mètres de long.

L'entreprise Léonard lui propose son catalogue Fibonacci avec tous les pavages possibles pour des rectangles dont l'une des dimensions est 2 mètres.

Page 1 on voit le seul pavage possible pour un rectangle de 2 sur 1 et les deux pavages possibles pour un rectangle de 2 sur 2. Page 2 se trouvent les trois pavages possibles pour un rectangle de 2 sur 3.

La baron a trouvé une méthode pour calculer le nombre de pavages possibles sans faire tous les dessins.

Expliquer cette méthode et l'appliquer à des couloirs de 4 m, 5 m et 6 m de long.



SPÉCIAL SECONDE

Exercice 11
5 Points

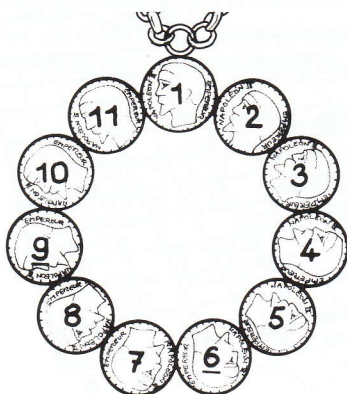
Chamboulement

Le roi Arthur décida un jour de choisir son chambellan parmi plusieurs prétendants. Il les réunit dans la salle du trésor et leur dit : "Regardez ce bijou : il est constitué de monnaies d'or numérotées de 1 à 11 et soudées les unes aux autres.

Je vous demande de faire une copie de ce bijou en ne changeant que la disposition des nombres de 1 à 11. Lorsqu'on la superposera au modèle, de n'importe quelle manière, même en la retournant, l'une au moins des monnaies de votre copie devra porter le même numéro que celle de l'original qu'elle recouvrira.

Le premier qui trouvera une disposition correcte sera mon chambellan."

Dessiner sur la feuille réponse une solution permettant à l'un des prétendants d'être choisi.



Exercice 12
10 Points

Europe, sous quel angle ?

Voici la définition mathématique du drapeau européen :

"L'emblème est constitué par un rectangle bleu dont le battant B a une fois et demie la longueur du guindant G.

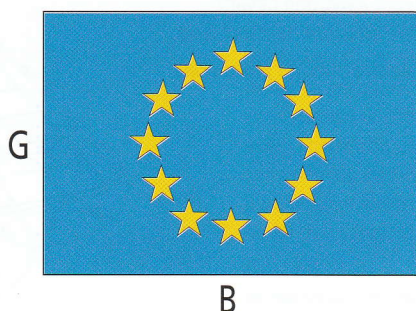
Les centres des douze étoiles d'or sont disposés régulièrement sur un cercle dont le centre est le point de rencontre des diagonales du rectangle.

Le rayon de ce cercle est égal au tiers du guindant. Chacune des étoiles à cinq branches est inscrite dans un cercle dont le rayon est égal à 1/18 du guindant."

Soit O le centre du cercle (C) sur lequel sont placés les centres des étoiles.

(C1) et (C2) sont les cercles de deux étoiles consécutives ; (C1) coupe (C) en deux points ; on note M celui qui est le plus près de (C2). (C2) coupe (C) en deux points ; on note N celui qui est le plus près de (C1).

Calculer l'angle MON à 0,1° près.



Exercice 13
15 Points

Oeilfix

Dans son cachot Astérix commence à s'inquiéter. "Mais que fait donc Obélix

Dans un quart d'heure le centurion viendra me chercher pour m'offrir en pâture aux lions du cirque. Ah ! si seulement j'avais ma potion magique !"

A cet instant précis, il commence à apercevoir au loin la silhouette d'Obélix qui se dirige vers le camp romain.

Obélix arrivera-t-il à temps ? Justifier la réponse.

Astérix a une très bonne acuité visuelle : à 5 mètres de distance il arrive à distinguer un détail de 1,5 mm de hauteur.

