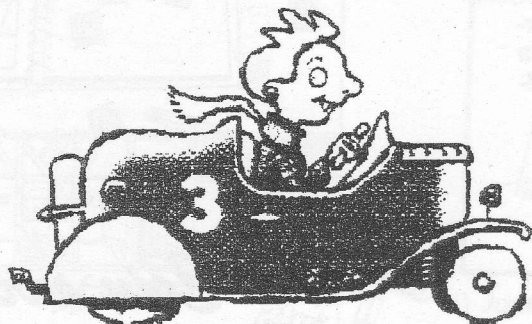


Mathématiques sans frontières

**Epreuve du
6 mars 1997**



**ACADEMIE
DE STRASBOURG**
Institut de Recherche de
l'Enseignement des
Mathématiques
Inspection Pédagogique
Régionale de
Mathématiques
6, rue de la Toussaint
67061 Strasbourg Cedex



- Les exercices n° 2, 3, 4, 6, 7, 8 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées.
- Le soin sera pris en compte
- Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.

Plus ou moins de moins

Solution à rédiger en italien, allemand, anglais ou espagnol.

**exercice
n° 1
10 points**

Peter hat auf den Tisch sechs Karten gelegt, die völlig gleich aussehen. Auf der anderen Seite trägt jede von ihnen jeweils eine der Zahlen +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Peter schlägt seinem Freund Paul das folgende Spiel vor : beide drehen gleichzeitig eine Karte um. Ist das Produkt der beiden Zahlen positiv, so ist Paul der Gewinner. Wenn das Produkt negativ ist gewinnt Peter.

Nach einigen Runden stellt Paul fest, dass Peter öfter gewinnt. Um seine Chancen zu erhöhen, schlägt er vor, eine der Karten mit einer negativen Zahl aus dem Spiel zu entfernen und mit fünf Karten weiterzuspielen.

**Hat Paul recht ?
Begründe die Antwort.**

Pietro ha posato sulla tavola sei carte da gioco mostrando un tergo identico. Nel davanti di ciascuna ci sono i numeri seguenti +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pietro propone allora al suo amico Paolo il gioco seguente: si tratta di girare contemporaneamente una carta ciascuno se il prodotto dei due numeri che appaiono è positivo, allora è Paolo che vince, se il prodotto è negativo sarà Pietro il vincitore.

Dopo qualche partita, Paolo si rende conto che Pietro vince più spesso di lui. Allora per avere più fortuna propone a Pietro di togliere via una carta che ha un numero negativo e di ricominciare il gioco con le cinque carte rimanente.

**E Paolo ad avere ragione?
Giustificate la risposta.**

Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Then Peter suggests his friend Paul the following game : they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive, Paul wins. If the product is negative Peter is the winner.

After a few games, Paul notices that Peter more often wins. So, in order to increase his chances of success, he proposes Peter to take off one card with a negative number and to start the game again with the five cards left.

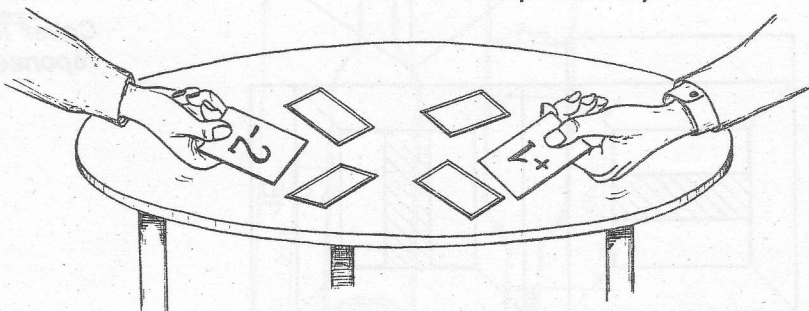
**Is Peter right?
Justify your answer.**

Pedro ha colocado sobre la mesa seis cartas que presentan un verso idéntico. En el anverso de cada una de ellas figuran respectivamente los números +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pedro propone entonces a su amigo Pablo el siguiente juego : cada uno vuelve simultáneamente una carta; si el producto de los dos números que aparece es positivo, Pablo gana; si el producto es negativo, Pedro es el ganador.

Tras algunas partidas, Pablo se da cuenta de que Pedro gana más a menudo que él. Así, para aumentar sus posibilidades, propone a Pedro que levante una carta que tenga un número negativo y que retome el juego con las cinco cartas restantes.

**¿Tiene Pablo razón ?
Justifique su respuesta.**



exercice n° 2
5 points

Inspection générale

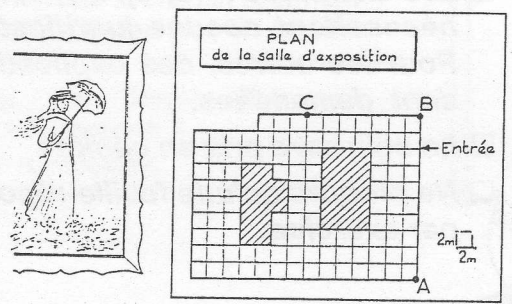
La figure ci-dessous est le plan d'une salle d'exposition où des tableaux sont accrochés aux 18 murs. Les parties hachurées représentent l'intérieur de locaux non affectés à l'exposition.

On dispose de quatre caméras qu'il s'agit de fixer aux murs. Tous les murs doivent être surveillés et chaque caméra doit être observable par l'une au moins des trois autres.

Sur le plan, le champ d'une caméra placée en un point du mur est l'intérieur d'un angle dont ce point est le sommet et dont la mesure maximale est 135° .

Trois caméras ont été placées en A, B, C.

Dessiner sur la feuille-réponse le plan de la salle d'exposition à l'échelle 1/100; placer la quatrième caméra D et colorier leurs champs de quatre couleurs différentes.

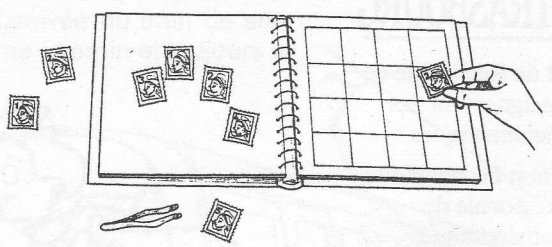


exercice n° 4
5 points

Exercice timbré

Dans sa collection de timbres, Gérard possède des timbres de valeurs 1 F, 2 F, 3 F, 4 F ou 5 F. Avec 16 de ces timbres, il peut remplir toutes les cases d'une grille de 4 sur 4 de sorte qu'aucune ligne, aucune colonne, aucune diagonale ou parallèle aux diagonales ne comporte deux timbres de même valeur et que la valeur totale ne dépasse pas 50 F.

Donner une disposition possible des 16 timbres sur la grille.



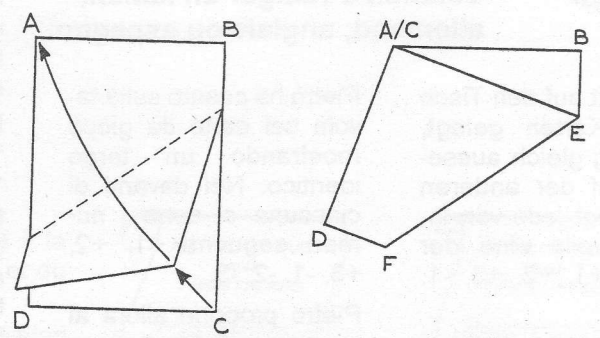
exercice n° 5
10 points

Coin sur Coin

Les dimensions exactes d'une feuille rectangulaire sont 21 cm et $21\sqrt{2}$ cm.

On plie cette feuille en superposant deux sommets opposés. On obtient un pentagone.

Calculer l'aire exacte du pentagone ABEFD.



exercice n° 3
10 points

Le cadre magique

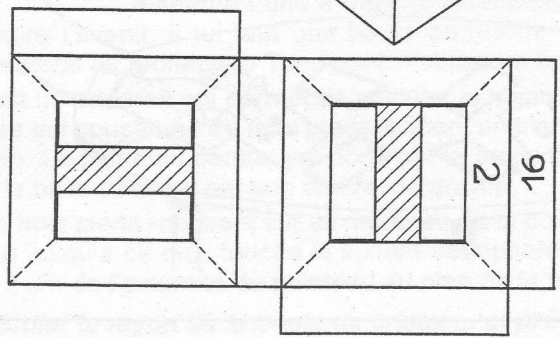
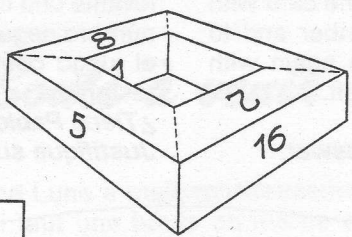
Claudia et Lætitia assemblent quatre morceaux de bois pour réaliser un cadre. Elles numérotent les quatre faces de chaque morceau avec les entiers de 1 à 16.

Claudia dit: "Regarde c'est magique, la somme des nombres inscrits sur les quatre faces de chaque morceau est égale à 34."

Lætitia, après avoir pris le solide en main, le repose comme l'indique la figure ci-dessous et répond:

"Il y a mieux ! Si j'additionne les nombres des quatre trapèzes du dessus ou bien du dessous, des quatre faces verticales extérieures ou bien intérieures, enfin de quatre secteurs ayant un sommet commun, alors je trouve toujours 34."

Sur la feuille-réponse, reproduire le patron ci-dessous et le compléter avec les numéros manquants.



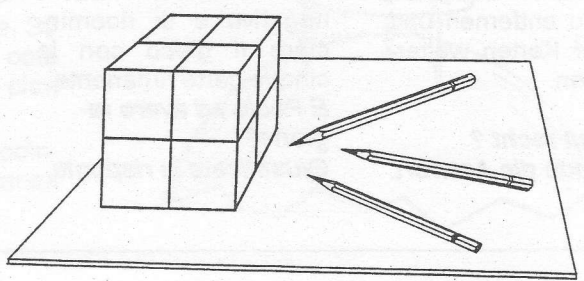
exercice n° 6
5 points

Laszlo's cube

On a divisé chaque face d'un cube en quatre carrés identiques.

A l'aide de trois couleurs différentes, colorier les 24 carrés ainsi obtenus de sorte que deux carrés ayant un côté commun sur le cube ne soient pas de la même couleur.

Coller le patron d'un cube ainsi colorié sur la feuille réponse.

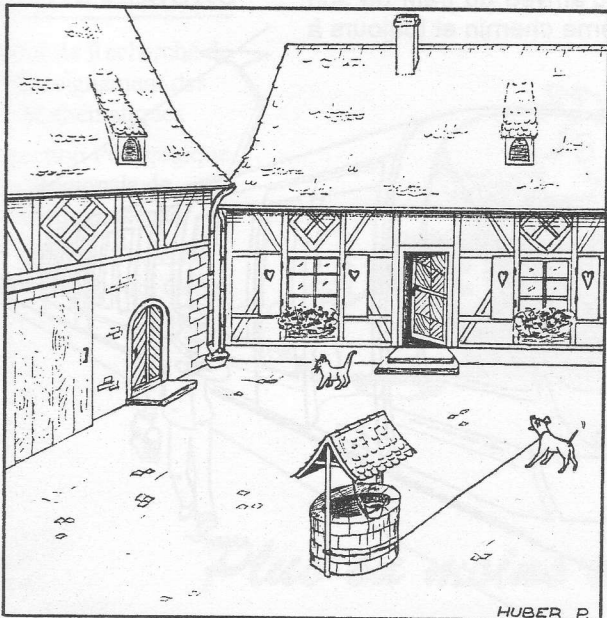


exercice
n° 7
10 points

Chien roulé

Rantanplan est allongé dans la cour de la ferme; retenu par sa laisse fixée à la margelle du puits, il surveille la porte de la cuisine.

Soudain Gros-Minet franchit le seuil de la porte et s'enfuit en rasant les murs à la vue de Rantanplan. Une course-poursuite s'engage autour du puits en même temps que la laisse de Rantanplan, constamment tendue, s'enroule autour de la margelle...



Données:

- la cour de la ferme est carrée, son côté mesure 20 m,
- le puits est au centre de la cour,
- le diamètre de la margelle du puits est 1,20 m,
- la longueur de la laisse est 8 m, elle n'est pas élastique.

Construire sur la feuille-réponse, à l'échelle 1/100, la trajectoire décrite par l'extrémité mobile de la laisse de Rantanplan.

exercice
n° 8
5 points

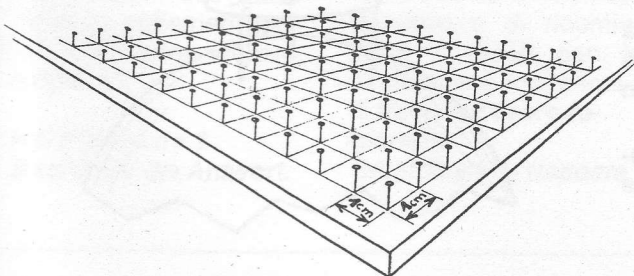
Passage clouté

On dispose d'une planche carrée de 20 cm de côté quadrillée par des clous espacés de 1 cm.

On veut réaliser un octogone, le plus régulier possible, dont les sommets sont huit clous reliés par une ficelle tendue.

Cet octogone doit avoir tous ses angles égaux, quatre côtés parallèles aux bords de la planche et le rapport de deux côtés consécutifs doit être aussi voisin que possible de 1.

Sur la feuille-réponse reproduire le quadrillage et dessiner l'octogone en couleur.

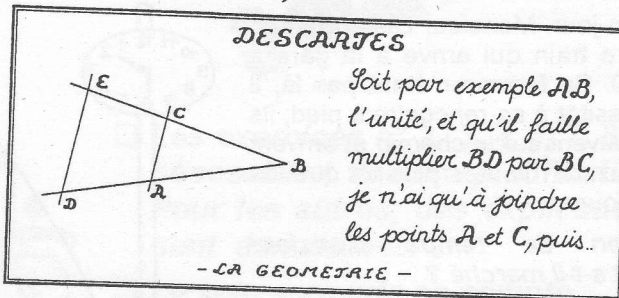


exercice
n° 9
10 points

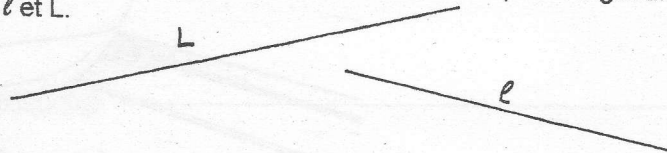
Produit cartésien

Dans son livre "La Géométrie", René Descartes (1596-1650) donne une méthode permettant de construire uniquement à la règle et au compas le produit de deux longueurs :

"Soit par exemple, AB l'unité, et qu'il faille multiplier BD par BC , je n'ai qu'à joindre les points A et C , puis tirer DE parallèle à CA et BE est le produit de cette multiplication."



- 1) Justifier le procédé de Descartes.
- 2) Avec l'unité de longueur AB choisie précédemment, les segments représentés ci-dessous ont pour longueurs l et L .



En s'inspirant de la méthode de Descartes construire sur la feuille-réponse un segment de longueur $\frac{L}{l}$

exercice
n° 10
15 points

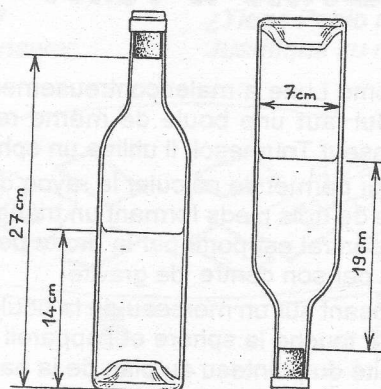
Auf dem Kopf

Le capitaine Haddock, après un repas bien arrosé, se fit sermonner par Tintin:

"Capitaine, ce n'est plus possible! Sur cette table, la bouteille de whisky était encore pleine hier, et maintenant la hauteur du liquide n'est plus que de 14 cm."

"Mille millions de mille sabords", répondit le capitaine en retournant la bouteille, "le whisky arrive encore à 19 cm au dessus du bouchon!"

Sachant que la bouteille a une contenance de 0,76 litre jusqu'en dessous du bouchon, calculer en cm^3 le volume du whisky qui s'y trouve encore.



Spécial Seconde

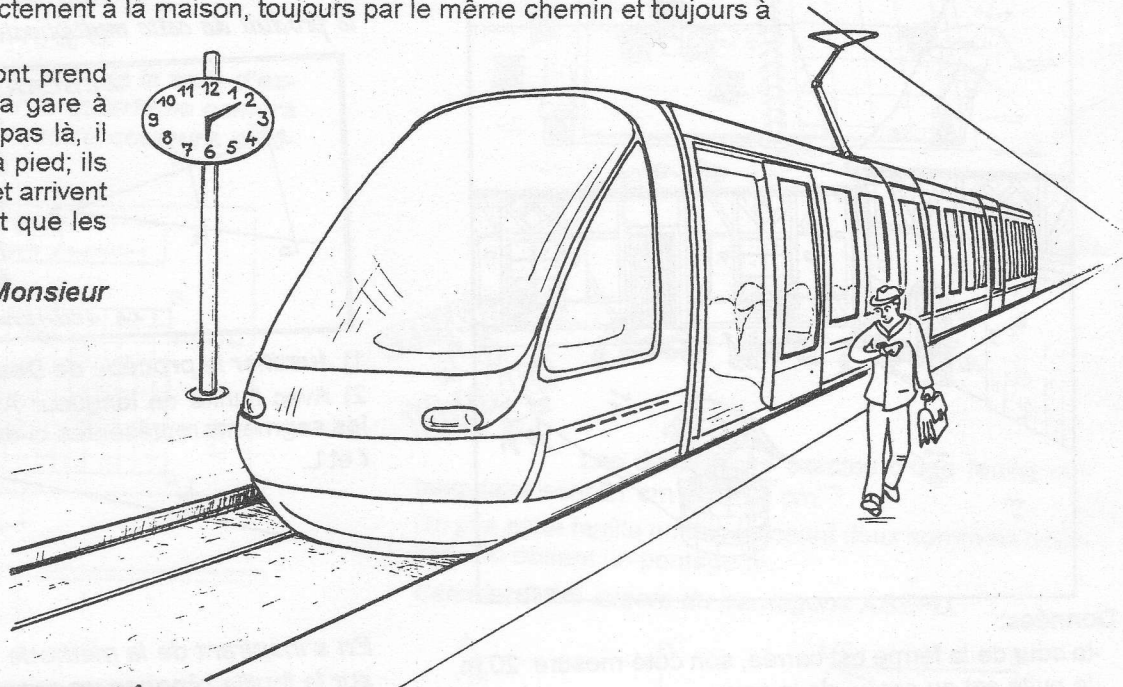
exercice
n° 11
5 points

Un km à pied ...

Chaque soir Madame Dupont part en voiture chercher son mari à la gare. Elle part de chez elle toujours à la même heure, prend toujours le même itinéraire, toujours à la même vitesse pour arriver à la gare exactement à 18 h 30, heure d'arrivée du train de son mari. Ils rentrent ensuite directement à la maison, toujours par le même chemin et toujours à la même vitesse.

Mais un jour, Monsieur Dupont prend un autre train qui arrive à la gare à 18 h 10. Sa femme n'étant pas là, il part aussitôt à sa rencontre à pied; ils se retrouvent sur le chemin et arrivent chez eux 10 minutes plus tôt que les autres jours.

Combien de temps Monsieur Dupont a-t-il marché ?
Justifier la réponse.



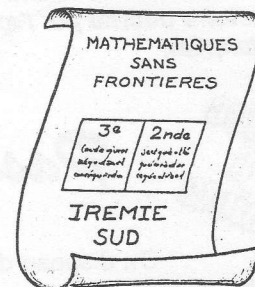
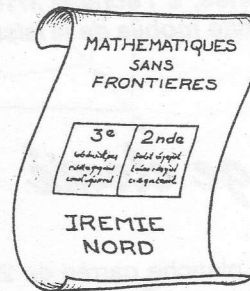
Moyennes Sans Frontières

Plus de 1000 classes de 3^{ème} et de 2^{nde} ont participé à la compétition "Mathématiques sans Frontières" en Irémie du Nord et du Sud.

Le rapport des organisateurs mentionne qu'un des exercices, qui valait 10 points, a été mieux réussi par les classes de 3^{ème} dans chacun des deux secteurs "Nord" et "Sud". Mais cependant, sur l'ensemble de l'Irémie, les classes de 2^{nde} ont obtenu une moyenne supérieure à celle des classes de 3^{ème}.

Ce rapport a laissé plus d'un élève perplexe... et pourtant les organisateurs ne se sont pas trompés.

Trouver un exemple d'une telle situation et justifier.



exercice
n° 13
15 points

Boule à venir

Madame Lune a malencontreusement cassé sa boule de cristal. Or, pour prédire l'avenir, il lui faut une boule de même rayon. Pour déterminer ce rayon, elle s'adresse au professeur Tournesol. Il utilise un sphéromètre.

C'est un appareil qui permet de calculer le rayon d'une boule solide. Sa base est constituée de trois pieds formant un triangle équilatéral de côté 9 cm. Le pointeau central est porté par la droite perpendiculaire au plan de la base passant par son centre de gravité.

Les trois pieds reposant sur un morceau de la boule, on déplace le pointeau jusqu'à ce qu'il touche la sphère et l'appareil indique une distance de 2 cm de l'extrémité du pointeau au plan de la base.

Calculer le rayon de la boule de cristal ... et prédire l'avenir.

