

Mathématiques Sans Frontières



Epreuve du 6 février 2007

- ✓ Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- ✓ Des explications ou des justifications sont demandées pour les exercices 1, 2, 3, 6, 9, 10, 12 et 13.
- ✓ Toute solution même partielle sera examinée.
- ✓ Le soin sera pris en compte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 1 7 points

Corvée de plonge

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

9 Erwachsene und 16 Jugendliche befinden sich in einem Ferienlager.

Während ihres Aufenthalts müssen 68% von ihnen Geschirr spülen.

Die Jugendlichen verstehen, dass mindestens die Hälfte von ihnen den Abwasch erledigen muss. Aber sie glauben auch, dass zumindest zwei Erwachsene ihnen helfen werden.

Haben die Jugendlichen Recht? Begründet eure Antwort.

In un Centro Vacanze soggiornano 9 adulti e 16 ragazzi.

Durante il soggiorno, il 68% di questi villeggianti deve lavare i piatti.

I ragazzi pensano che almeno la metà di loro deve fare questa operazione, ma anche che almeno la metà degli adulti li aiuterà.

I ragazzi hanno ragione? Giustificare la risposta.

9 adultos y 16 adolescentes están en un centro de vacaciones.

Durante esta temporada, 68% de estas personas tienen que lavar la vajilla.

Los adolescentes entienden que entre ellos, la mitad por lo menos tiene que lavar la vajilla.

Pero piensan que por lo menos dos adultos les ayudarán.

¿Tienen razón los adolescentes? Justifica.

9 adults and 16 teenagers are spending holidays in a holiday centre.

During their stay, 68% of these people have to do the washing-up.

The teenagers understand that at least half of them

have to do the washing-up. But they think that at least 2 adults are going to help them.

Are the teenagers right? Justify.



Exercice 2 5 points

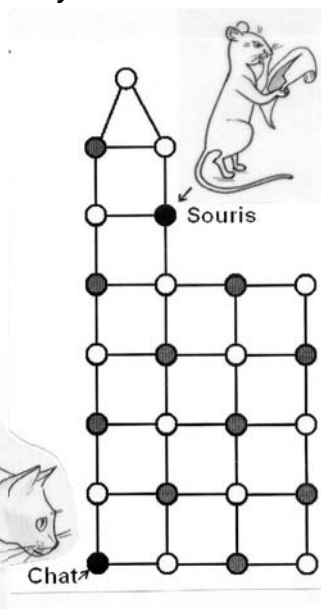
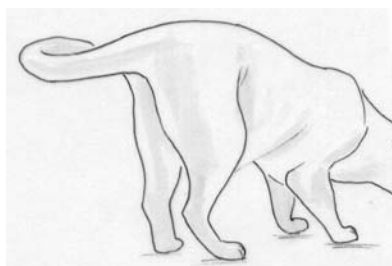
Grille-souris

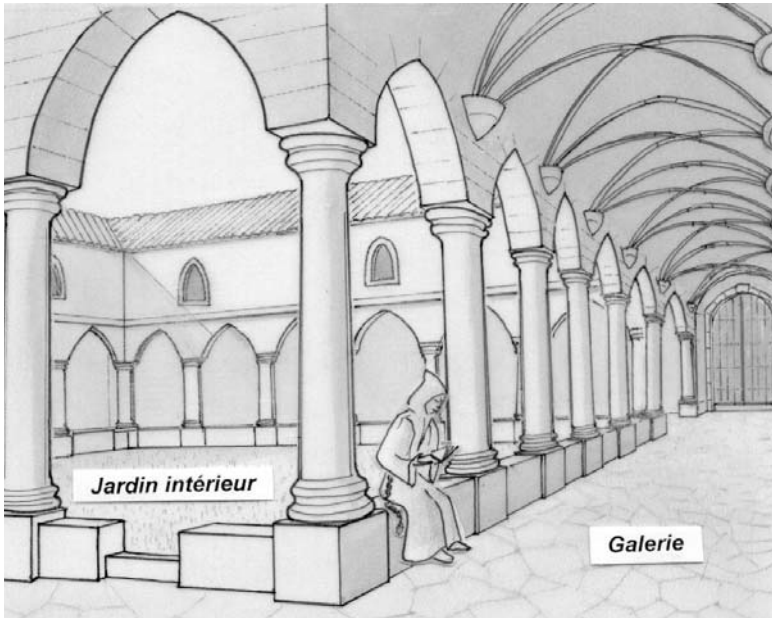
La grille ci-contre est un assemblage de carrés et d'un triangle. Leurs sommets portent des cases en forme de disques.

Au départ, le chat et la souris occupent les cases indiquées sur la figure. Ils vont se déplacer sur cette grille, chacun à son tour, passant chaque fois d'une case à une case voisine le long d'un segment de droite.

Le chat avancera le premier. Il veut attraper la souris. Il pourra la manger dès qu'il se trouvera sur la même case qu'elle.

Quelle stratégie le chat doit-il suivre pour être sûr de pouvoir manger la souris ? Expliquer.





Exercice 3
7 points

Technique moyenâgeuse

Pour construire des cloîtres carrés aux dimensions harmonieuses dans les abbayes, les architectes du Moyen-Âge utilisaient la technique suivante :

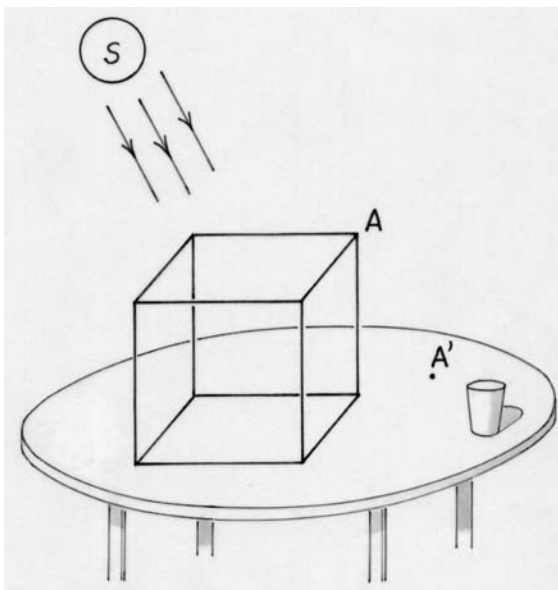
Ils traçaient d'abord un cercle, puis un premier carré inscrit dans ce cercle pour délimiter le jardin intérieur. Ils traçaient ensuite un deuxième carré dont les côtés sont tangents au cercle et parallèles à ceux du premier carré. La galerie est alors l'espace délimité par les deux carrés.

Représenter par une figure le tracé du cloître. Comparer l'aire du jardin et l'aire de la galerie.

Exercice 4
5 points

Filhouette

Un cube en fil de fer est posé à plat sur une table un jour de soleil. L'ombre du point A est le point A'.

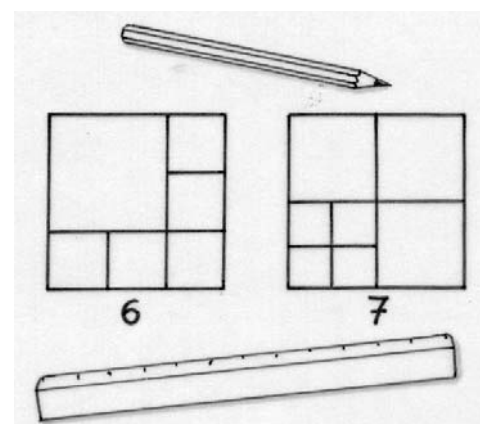


Dessiner un agrandissement de la figure ci-dessus, puis compléter par le tracé de l'ombre du cube.

Exercice 5
7 points

Partages équilatéraux

Justine a étudié le partage d'un carré en carrés. Elle vous présente ci-dessous le partage d'un carré en 6 carrés, en 7 carrés.



A présent, elle se pose le problème du partage d'un triangle équilatéral :

« Est-il possible de partager un triangle équilatéral en 4, en 5, en 6, en 7, en 8, en 9 ou en 10 triangles équilatéraux ? »

Présenter, lorsqu'elles existent, des solutions pour ces partages.

Le triangle à partager a 6 cm de côté.

Exercice 6
5 points

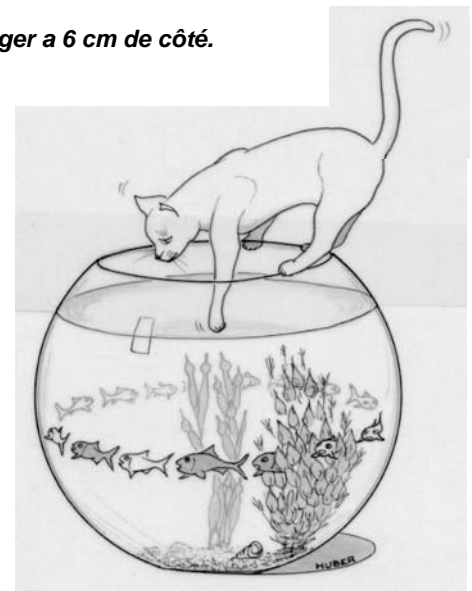
Que de poissons !

Dans un bocal, des poissons rouges et des poissons blancs tournent en rond, tous dans le même sens. Chaque poisson n'a qu'un poisson immédiatement devant lui.

On compte exactement :

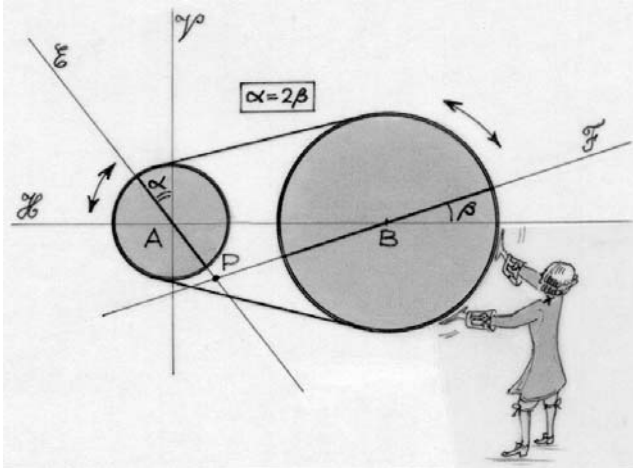
- 7 poissons rouges qui ont un poisson rouge immédiatement devant eux ;
- 12 poissons rouges qui ont un poisson blanc immédiatement devant eux ;
- 3 poissons blancs qui ont un poisson blanc immédiatement devant eux.

Au total, combien de poissons nagent dans ce bocal ? Expliquer.



Exercice 7
7 points

Strophoïde de Newton



Deux poulies, une petite et une grande sont reliées par une courroie, de sorte que la petite poulie fait deux tours quand la grande en fait un. Leurs centres A et B sont distants de 6 cm sur une droite horizontale \mathcal{H} .

Sur chaque poulie, on a tracé un diamètre. On note \mathcal{E} la droite qui prolonge le diamètre de la petite poulie et \mathcal{F} la droite qui prolonge le diamètre de la grande.

Au départ \mathcal{F} est horizontale, confondue avec \mathcal{H} et \mathcal{E} est confondue avec la verticale \mathcal{V} passant par A. On met alors les poulies en mouvement...

A chaque instant, la droite \mathcal{E} forme avec la verticale \mathcal{V} un angle double de l'angle formé par \mathcal{F} avec l'horizontale \mathcal{H} .

On s'intéresse à la courbe décrite par le point d'intersection P de \mathcal{E} et \mathcal{F} .

Tracer cette courbe point par point sur la feuille-réponse, en représentant les droites \mathcal{E} et \mathcal{F} dans diverses positions au cours de leur mouvement.

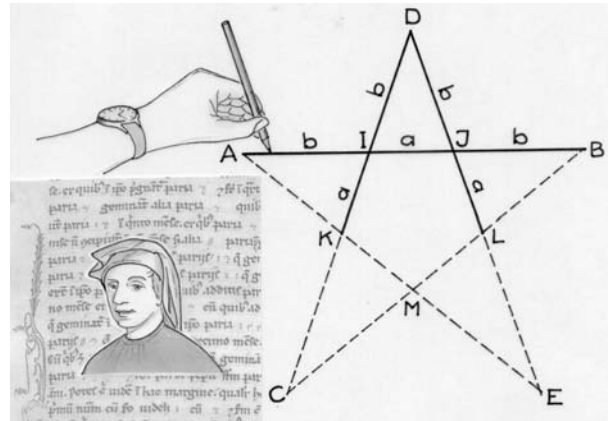
Exercice 8
5 points

Académie de la star

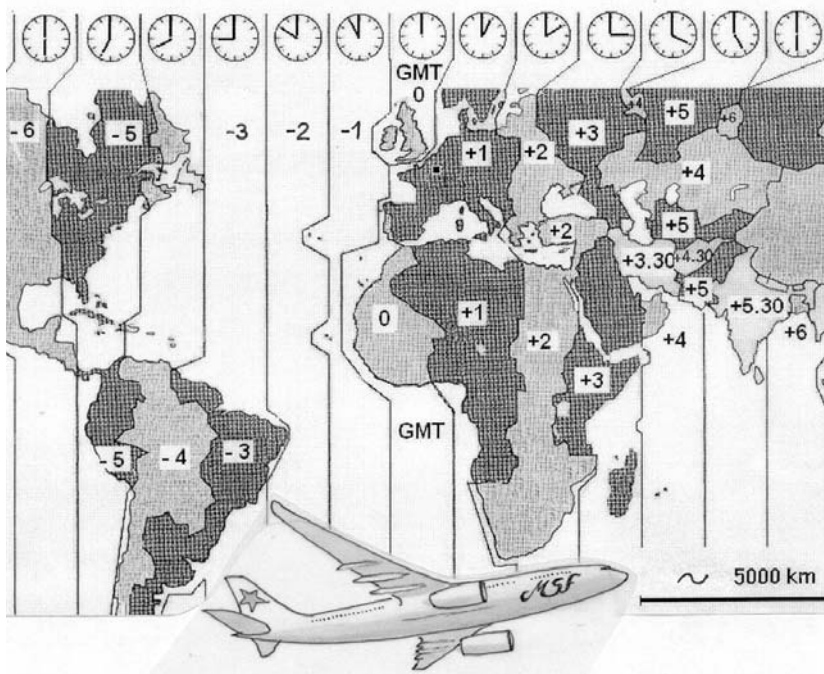
Léo trouve des notes de Leonardo de Pise décrivant une construction de pentagones étoilés :

« Choisir deux nombres entiers a et b, puis disposer les points A, I, J, B, D, K et L comme indiqué sur la figure ci-contre. Les prolongements des droites (DK), (BL), (DL) et (AK) donnent alors les sommets C et E de l'étoile ABCDE. »

Léo constate qu'en prenant a = 2 et b = 3, l'étoile n'est pas parfaite, pas régulière, car les branches KC et LE sont trop longues. Il est déçu. Il recommence alors avec d'autres valeurs entières pour a et b, espérant obtenir un pentagone étoilé plus régulier.



A la manière de Leonardo, tracer sur la feuille-réponse un pentagone étoilé, le plus régulier possible. L'unité de longueur étant le centimètre et le pentagone devant être dessiné en entier sur la feuille, comment faut-il choisir les nombres entiers a et b ?



Exercice 9
7 points

Décalage horaire

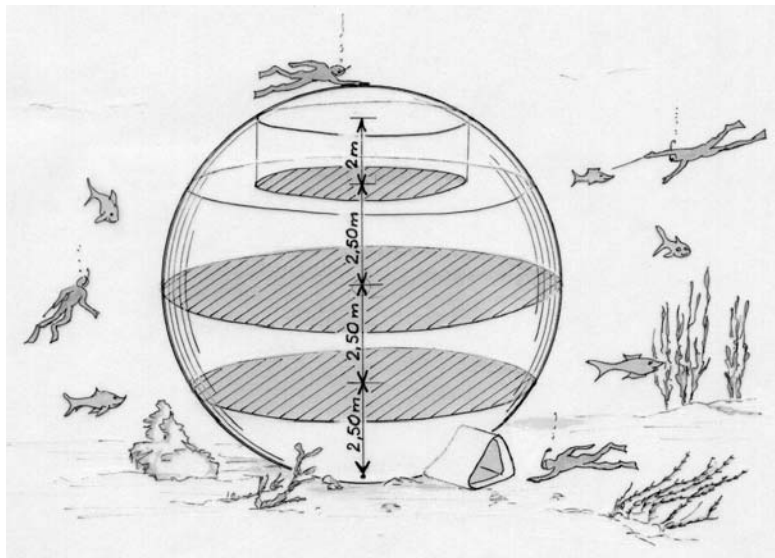
Le 24 février, fuyant les rigueurs de l'hiver, Michel partira en vacances pour deux semaines.

- Il prendra l'avion à Paris à 23h 15, heure locale.
- Il arrivera à destination le lendemain à 6h 45, heure locale.
- Au retour, le 10 mars, son avion décollera à 20h 30, heure locale.

Michel a calculé que si la durée du retour est égale à celle de l'aller, il arrivera à Paris le 11 mars à midi.

La vitesse de croisière de l'avion est d'environ 900 km/h.

Déterminer la durée d'un trajet, puis, à l'aide de la carte ci-contre, localiser au mieux la destination de Michel.



Exercice 10
10 points

Grand bleu

Un architecte crée des habitations de forme sphérique destinées à être déposées au fond de la mer.

Ces sphères ont 5 mètres de rayon et comportent trois niveaux horizontaux :

- le premier est situé à 2,50 mètres du fond de la sphère ;
- le deuxième est situé à 5 mètres du fond de la sphère ;
- le troisième est situé à 7,50 mètres du fond de la sphère.

En ce qui concerne ce dernier, seule la surface disposant d'une hauteur supérieure à 2 mètres est habitable.

Calculer la surface totale habitable.

SPECIAL SECONDE

Exercice 11
5 points

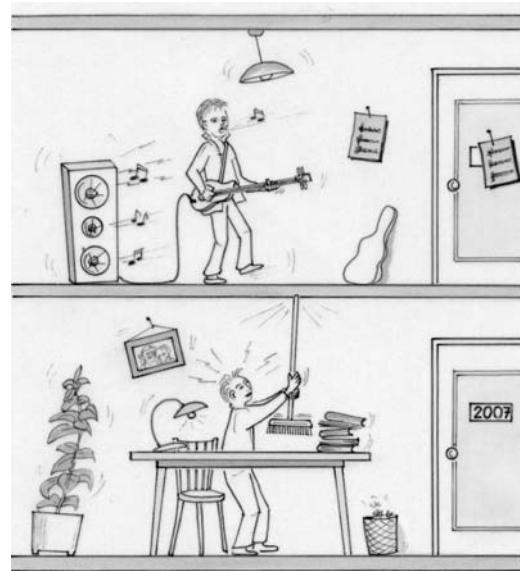
Tintamarre

Dans un immeuble triangulaire, les appartements sont numérotés à partir du sommet, comme ci-dessous :

		1			
		2	3	4	
	5	6	7	8	9
10	11	12	13	...	

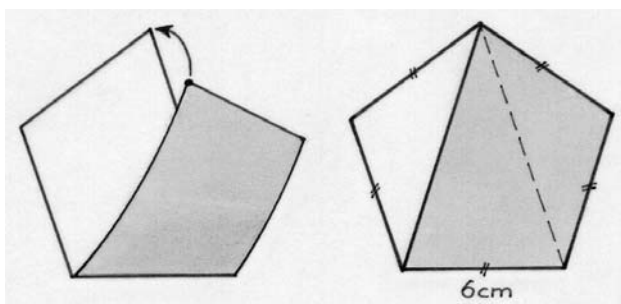
Le propriétaire de l'appartement numéro 2007 se plaint de son voisin du dessus, qui fait du tintamarre.

Quel est le numéro de l'appartement de ce bruyant voisin ?



Exercice 12
7 points

Jeu de papier



Elisabeth a pris une feuille en forme de quadrilatère et l'a pliée en deux en ramenant un sommet sur le sommet opposé de sa feuille. Elle a obtenu un pentagone régulier de 6 cm de côté.

Déterminer la nature du quadrilatère. Calculer ses angles et ses dimensions. Puis réaliser par pliage un tel pentagone régulier de 6 cm de côté et le coller sur la feuille-réponse.

Exercice 13
10 points

Développée à envelopper

Rémy a photographié ses amis lors d'une fête. Ses photos, développées sur papier, ont un format rectangulaire de largeur 9 cm et de longueur 13 cm. Il souhaite les offrir à ses amis. Chaque photo est emballée dans une feuille rectangulaire de la façon suivante :

Il dispose les quatre coins de la photo sur les quatre bords de la feuille, il enveloppe la photo dans la feuille. Quand il plie la feuille sur les bords de la photo, les quatre rabats obtenus recouvrent exactement la photo, sans chevauchement et sans espace vide.

Déterminer les dimensions de cette feuille.

