

Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte édition 2012 (décembre 2011)

Exercice 1 : Chronomètre, 7 points

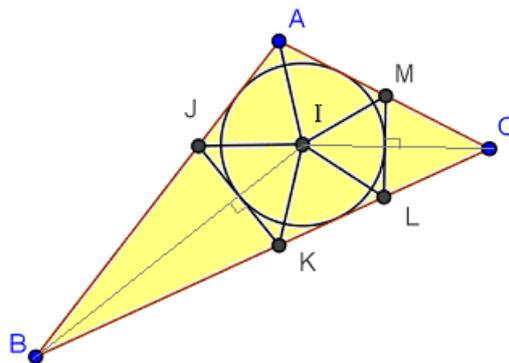
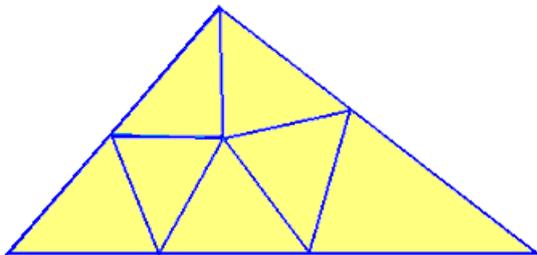
$$4 + (3 - 1) = 6.$$

Le garde du château allume d'emblée les trois bougies. 1 heure plus tard, la petite bougie s'éteint. Il éteint alors la moyenne à laquelle il reste donc 2 heures de cire.

Quand la bougie de 4 heures s'éteint, il rallume la bougie restante pour ajouter les 2 heures et va ouvrir les portes dès l'extinction de cette dernière bougie.

Exercice 2 : Partage acutangle, 5 points

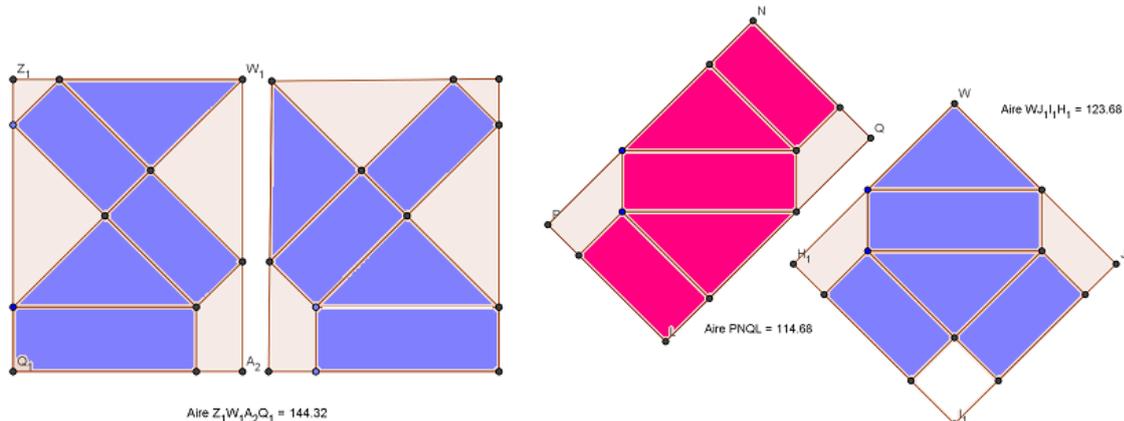
Voici, à gauche, un exemple de triangle obtusangle partagé en 7 triangles acutangles :



La construction de droite, avec des segments tangents au cercle inscrit du triangle ABC, permet de prouver qu'un tel partage est toujours possible (preuve non demandée).

Exercice 3 : Patron économique, 7 points

Voici quelques exemples de patrons du prisme inscrits dans des rectangles :

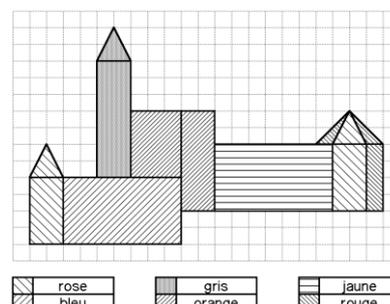


Le plus « économique » est le troisième (en partant de la gauche) : pour comparer les aires il n'est pas nécessaire de calculer, on peut comparer les aires des chutes.

N.B. Pour une production en grande quantité le patron 3 est très économique, car il permet un pavage du plan.

Exercice 4 : Haut-Koenigsbourg, 5 points

Voici une vue de la face Nord :



Exercice 5 : Un conte impayable, 7 points

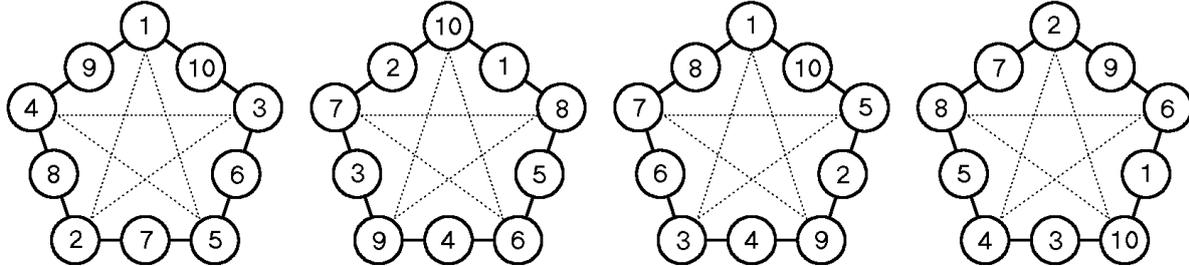
Voici la liste des sommes payables inférieures à 30 € :

Somme	5	7	10	12	14	15	17	19	20	21	22	24	25	26	27	28	29	30
paiement	5	7	5+5	5+7	2×7	3×5	10+7	12+7	4×5	3×5	17+5	19+5	5×5	19+7	22+5	4×7	22+7	6×5

De 26 € à 30 €, on a cinq sommes payables consécutives. Alors pour toute somme supérieure à 30 €, on peut trouver une façon de la régler en ajoutant un multiple de 5 à l'une de celles-ci.

Exercice 6 : Pentagone magique, 5 points

Voici quatre solutions, chacune peut être déclinée en 10 variantes par symétries ou rotations.



NB : une seule solution est demandée.

Exercice 7 : 2 chiffres, 3 angles, 7 points

Il y a 5 solutions : $48+48+84$; $60+60+60$; $81+81+18$; $86+86+8$ et $88+88+4$.

Exercice 8 : Troiturion de trop, 5 points

Soit n le nombre d'hommes. A chaque essai du centurion, il reste 3 hommes non rangés : $n-3$ est donc multiple de 4, de 5 et de 7. Le plus petit multiple commun est 140 donc $n = 143$.

$143 = 11 \times 13$ donne deux solutions pour faire un joli rectangle.

Exercice 9 : Tel père, tel fils, 7 points

On obtient la suite de Fibonacci, avec des rectangles 2×3 ; 3×5 ; 5×8 etc.

Au bout de **13 jours**, on a un rectangle de 987×1597 dont l'aire dépasse enfin les $1,5 \times 10^6 \text{ mm}^2$.

(On acceptera la réponse : « Le 14^e jour »)

Exercice 10 : Courbe du luthier, 10 points

La courbe BD est composée de 2 arcs de cercles.

Vu les tangentes, le petit a pour centre A et rayon 5cm et le grand a pour centre un point E de (DC).

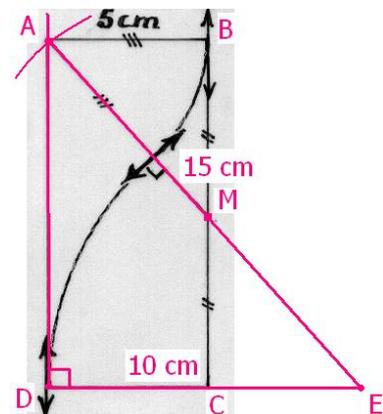
M étant milieu de [BC], le théorème de Thalès (ou des propriétés du parallélogramme ou une symétrie centrale) permet de trouver que $AB = CE = 5 \text{ cm}$.

On en déduit que le rayon du grand arc est $2 \times 5 \text{ cm}$.

On peut alors construire le triangle ADE rectangle en D

tel que $ED = 10 \text{ cm}$ et $EA = 15 \text{ cm}$,

puis ABCD et les deux arcs de cercles.

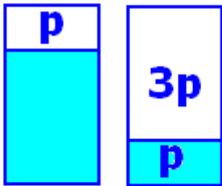


Exercices « Spécial Secondes »

Exercice 11 : Le numéro à Léa, 5 points

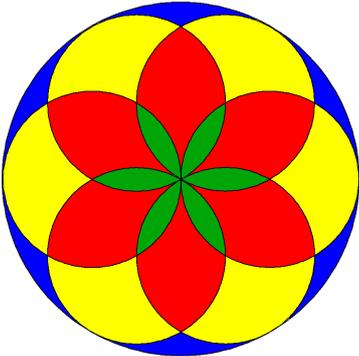
Avec ses deux chances sur trois de voir son cahier ramassé, Léa a reçu un numéro **multiple de quatre des six nombres 1, 2, 3, 4, 5 ou 6** du dé.
 Entre 1 et 27, les seuls nombres qui ont cette propriété sont **6 ; 18 et 20**.

Exercice 12 : Partage harmonieux, 7 points

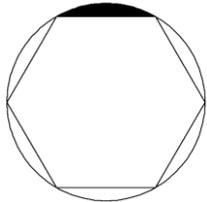


Soit p le pourcentage d'autonomie de la batterie consommé par Harold. Dans le même temps Maud aura consommé $3p$.
 Ils échangeront leurs batteries lorsque $p = 100 - 3p$
 D'où $p = 25\%$
 L'échange se fait donc à **midi**, après **3 heures** d'utilisation.
 Chacun pourra profiter des 6 heures de jeu ou d'écoute.

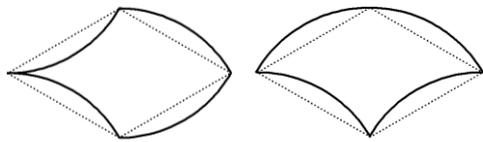
Exercice 13 : En 4 couleurs, 10 points



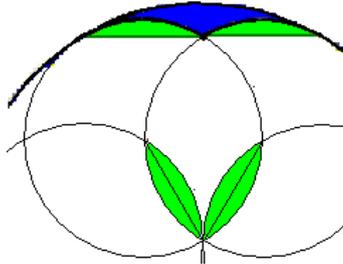
Chaque région, verte, rouge, jaune ou bleue est un assemblage de six surfaces élémentaires. On pourra donc comparer ces éléments.
 Chaque pétale de la surface verte est une juxtaposition de deux **segments circulaires** tels que celui-ci, segment noir :



Les deux découpages ci-contre montrent que les éléments **rouge et jaune ont des aires égales**, évidemment plus grandes que l'aire de l'élément vert.
 (Les losanges ont des angles de 60° et 120°)



Si on complète un élément bleu par deux segments circulaires verts, on obtient un agrandissement du segment noir : ses dimensions ont été doublées (homothétie de rapport 2).
 Par cet agrandissement, l'aire a été multipliée par 4, l'élément bleu a donc une aire double de celle du segment noir, et les éléments **bleu et vert ont des aires égales !**



En résumé : bleu = vert < jaune = rouge

NB Ces résultats peuvent également être obtenus par des calculs, mais c'est évidemment plus fastidieux.