

Mathématiques Sans Frontières



Épreuve définitive du 11 Mars 2014

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Exercice 1
7 points

Question de questions

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Claudia hat einen sechsseitigen Spielwürfel geworfen und stellt nun ihren Freund Herbert vor die Aufgabe, die gewürfelte Augenzahl zu erraten.

Herbert soll dazu eine Liste von Fragen auf ein Blatt Papier schreiben, das er Claudia geben wird. Claudia wird jede Frage mit ja oder mit nein beantworten.

Herbert möchte mit absoluter Sicherheit die gewürfelte Augenzahl bestimmen, aber so wenige Fragen wie möglich stellen.

Wie viele Fragen muss Herbert mindestens stellen?

Gebt eine Liste von Fragen an, die er auf sein Blatt schreiben könnte. Begründet, dass diese Liste es ermöglicht, die gewürfelte Augenzahl mit absoluter Sicherheit herauszufinden.

Claude has just thrown a six-sided dice and set his friend Herbert the challenge of guessing the outcome of the throw.

Herbert will write down a list of questions on a sheet of paper and he will give that to Claude.

Claude will answer each of these questions with yes or no. Herbert is to work out the result of the throw by asking the smallest possible number of questions.

What is the minimum number of questions that Herbert must ask?

Provide a list of questions he could write on his sheet. Justify your claim that this list will allow him to determine with absolute certainty the outcome of the throw.

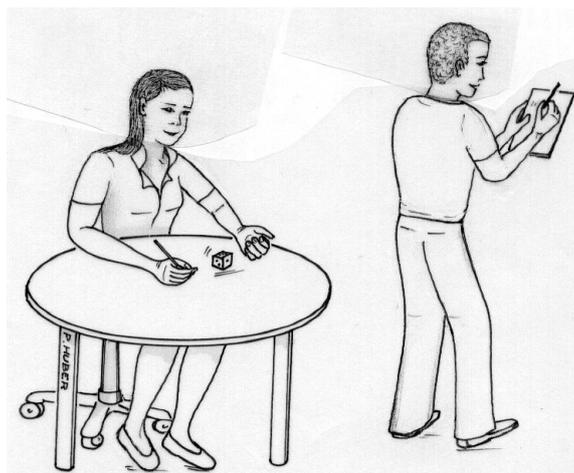
Claude ha lanzado un dado de seis caras y desafía a su amigo Herbert para que adivine el resultado de su lanzamiento.

Herbert tiene que escribir una lista de preguntas en una hoja de papel que dará a Claude. Claude solo contestará a cada una de las preguntas con un sí o con un no.

Herbert quiere estar seguro de determinar el resultado del lanzamiento haciendo el menor número posible de preguntas.

¿Cuál es el número mínimo de preguntas que tiene que hacer Herbert?

Plantea la lista de preguntas que podría escribir en su hoja. Justifica que esta lista permite encontrar seguro el resultado de su lanzamiento.



Claude ha lanciato un dado a sei facce e sfida l'amico Herbert a indovinare il risultato del lancio.

Herbert deve scrivere una lista di domande su un foglio che passerà a Claude.

Claude risponderà a ciascuna domanda solo con un sì o con un no.

Herbert vuole individuare il risultato del lancio a colpo sicuro formulando il minor numero possibile di domande.

Qual è il numero minimo di domande che Herbert dovrebbe formulare?

Proponete una lista di domande che egli potrebbe scrivere sul foglio. Giustificate perché questa lista gli permetterebbe d'individuare a colpo sicuro il risultato.

Exercice 2
5 points

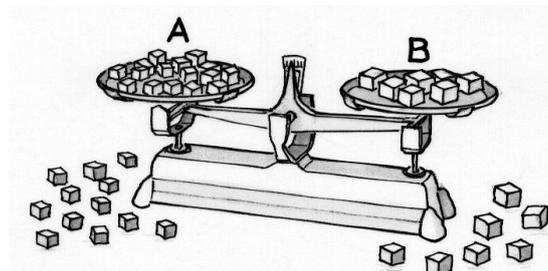
Équilibre

Le petit Nicolas joue avec une balance et des petits cubes pleins, tous réalisés dans la même matière.

Sur le plateau A il ne place que des cubes de côté 8 mm et sur le plateau B il ne place que des cubes de côté 12 mm.

Il essaie de réaliser l'équilibre avec le moins de cubes possible.

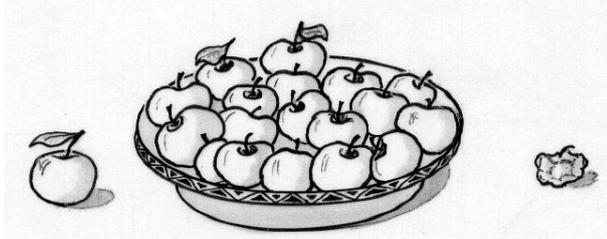
Trouver le nombre de cubes que Nicolas doit placer sur le plateau A ainsi que le nombre de cubes qu'il doit placer sur le plateau B.



Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 3
7 points

Sécher dans les pommes



Anne a fait une belle récolte de pommes bien juteuses. Elle a cueilli 5 kg de pommes constituées de 80 % d'eau. Pour les conserver, elle décide de les sécher : une partie de l'eau va s'évaporer. Au bout d'un certain temps, les pommes sont alors constituées de 60 % d'eau.

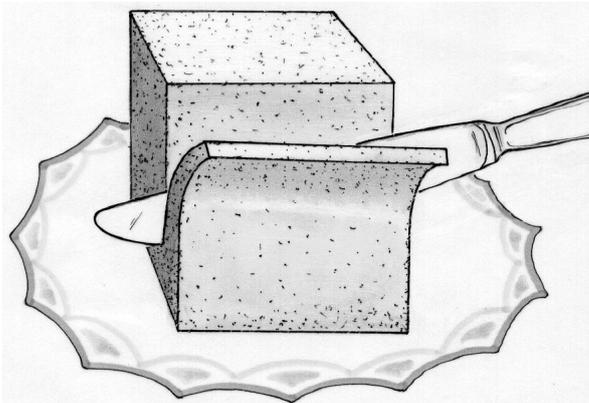
Combien pèsent alors les pommes ? Justifier.

Exercice 4
5 points

Bon appétit

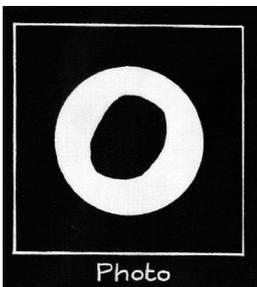
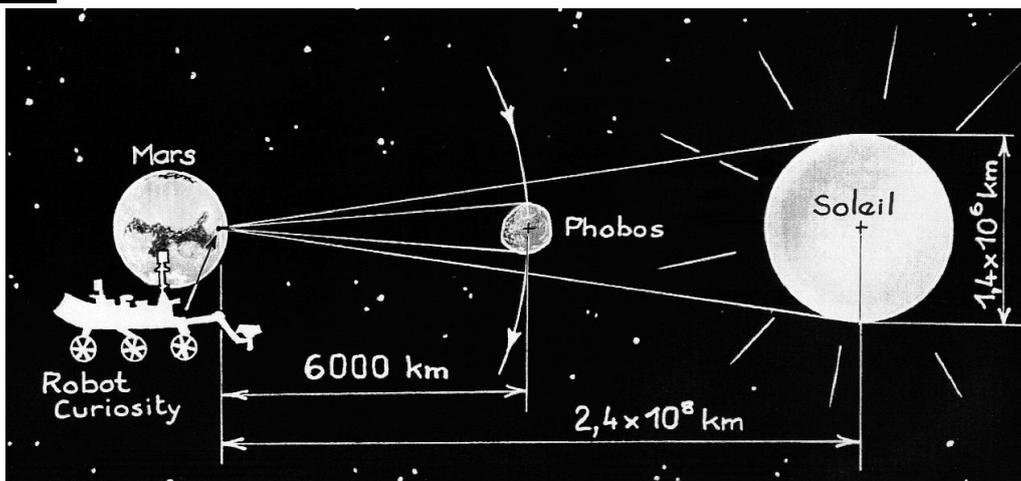
Morane a un pain d'épices de forme cubique de 10 cm de côté. Le premier jour elle coupe trois tranches de 1 cm d'épaisseur de telle façon qu'elle obtienne un nouveau cube. Elle mange ces trois tranches. Le lendemain et les jours suivants, elle procède de la même manière : elle découpe et mange trois tranches de 1 cm d'épaisseur pour obtenir un nouveau cube.

Donner jour par jour le volume mangé par Morane. Justifier.



Exercice 5
7 points

Curiosity !



Le 6 août 2012, le robot Curiosity de la NASA s'est posé sur la planète Mars. Le 17 août 2013, il a photographié un événement exceptionnel : le passage du satellite Phobos devant le Soleil. Phobos est la plus grande des deux lunes qui gravitent autour de la planète rouge. Elle ressemble plus à une patate qu'à une sphère ! Elle orbite à 6 000 km d'altitude. Elle est trop petite pour masquer le Soleil.

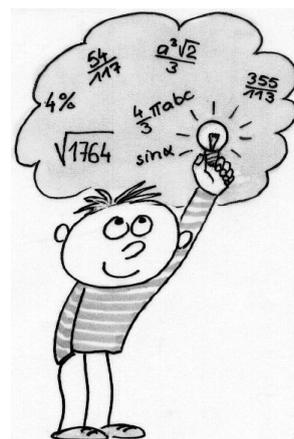
Utiliser la photographie ci-contre et les données du schéma ci-dessus pour déterminer approximativement la taille de Phobos.

Exercice 6
5 points

La victoire en comptant

Barnabé aime les défis mathématiques. Il s'est inscrit à un concours comportant de nombreux exercices. Le premier exercice rapporte 1 point s'il est réussi, le deuxième 2 points, le troisième 3 points et ainsi de suite. Barnabé gagne le concours avec 2014 points.

Sachant qu'il n'a raté qu'un seul exercice, trouver lequel. Justifier.

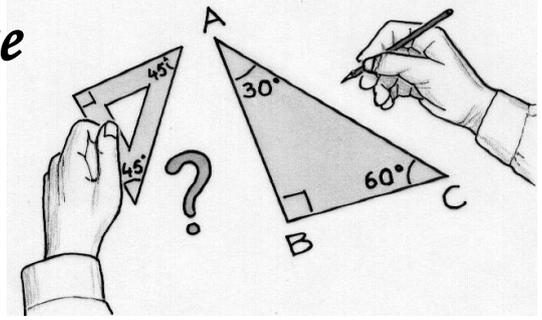


Exercice 7
7 points

Équerre à tout faire

Sacha dispose d'un crayon et d'une équerre sans graduations ayant un angle droit et deux angles de 45°.

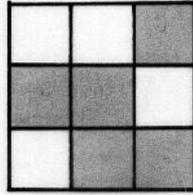
Comment peut-il construire les bissectrices d'un triangle ayant des angles de 30°, 60° et 90° avec son matériel ? Justifier les constructions.



Exercice 8
5 points

C'est grisant

Voici une grille comportant des cases grises.

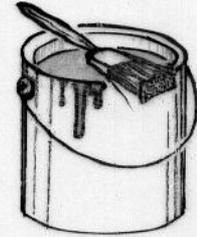


2	3	1
2	4	4
3	3	2

Ci-contre, la grille correspondante qui indique, pour chaque case, le nombre de cases grises voisines, par un côté ou par un sommet.

À présent voici une 2^e grille de nombres.

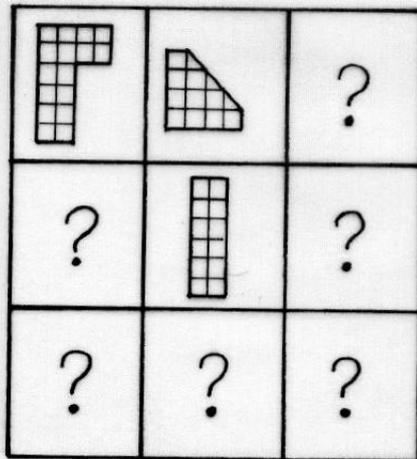
2	2	2	1
1	4	2	2
1	3	2	3
0	1	2	1



Réaliser la grille de cases grises correspondant à cette 2^e grille de nombres.

Exercice 9
7 points

Carré magique géométrique



Le jeu préféré de Julie est constitué de 9 pièces. Chaque pièce a sa place dans la boîte de rangement. Malheureusement, il ne reste que trois pièces représentées ci-contre.

Julie veut fabriquer de nouvelles pièces pour remplacer les pièces manquantes.

En assemblant trois pièces d'une même ligne ou d'une même colonne ou d'une même diagonale, on peut à chaque fois former un carré. Tous les carrés ainsi obtenus ont la même dimension.

On a le droit de tourner et retourner les pièces.

Retrouver la forme des 6 pièces perdues et les placer dans la boîte.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 10
10 points

Des tours d'équerre

Luc joue avec son équerre.

Il tient l'équerre par deux sommets entre ses deux index et la fait tourner.

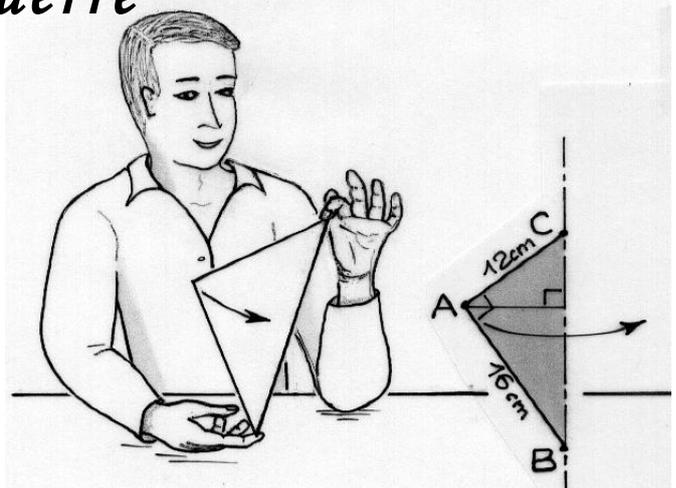
La rotation de l'équerre autour de l'un de ses côtés engendre un solide.

Selon les sommets qu'il choisit, la rotation engendre trois solides différents.

Comme la surface de son équerre ne change pas, il se dit qu'au moins deux des volumes des trois solides sont sûrement égaux.

Luc a-t-il raison ? Expliquer.

Représenter les 3 solides obtenus en perspective cavalière.



SPECIAL SECONDE

Exercice 11
5 points

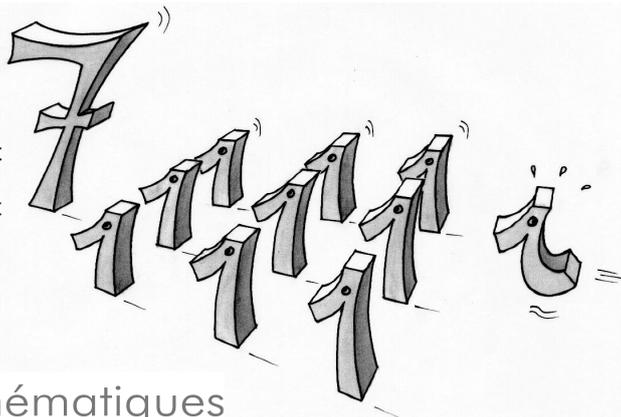
La horde des uns

Charlotte a trouvé le plus petit multiple de 7 qui s'écrit uniquement avec des chiffres 1.

Puis elle imagine le nombre entier naturel N qui s'écrit uniquement avec 2 014 fois le chiffre 1.

Elle se demande quel est le reste de la division euclidienne de N par 7.

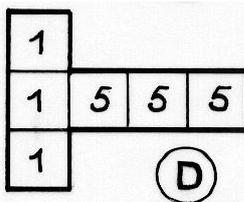
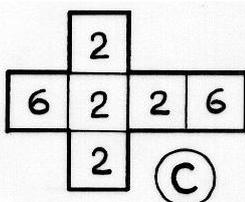
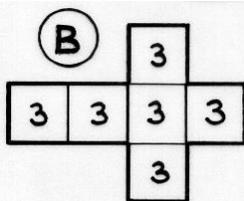
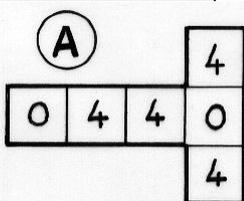
**Quel est le multiple de 7 trouvé par Charlotte ?
Trouver le reste de la division euclidienne de N par 7.
Justifier les réponses.**



Exercice 12
7 points

Bien joué

Mathématiques
SANS
Frontières



Léna et Jan se disputent la dernière part de la délicieuse tarte de leur Mamie.

Léna propose de jouer aux dés pour savoir qui la mangera.

Elle dit : « Voici quatre dés que j'ai confectionnés, tu peux en choisir un. Ensuite, je choisirai le mien, puis nous les lancerons.

Celui qui obtiendra le meilleur score mangera la part de tarte. »

Jan accepte.

Léna se dit : « Quel que soit le choix de Jan, si maintenant je choisis le bon dé, j'ai plus de chances de gagner que lui. »

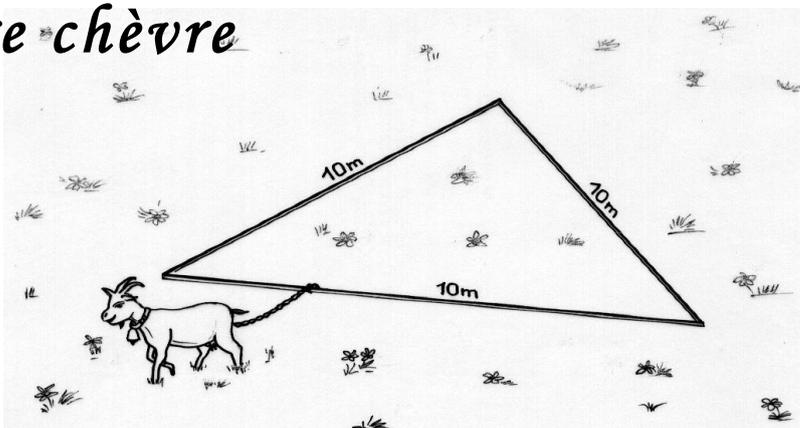
Expliquer la stratégie de Léna et calculer la probabilité qu'elle gagne la part de tarte dans chaque cas.

Exercice 13 pour les secondes GT
10 points

À rendre chèvre

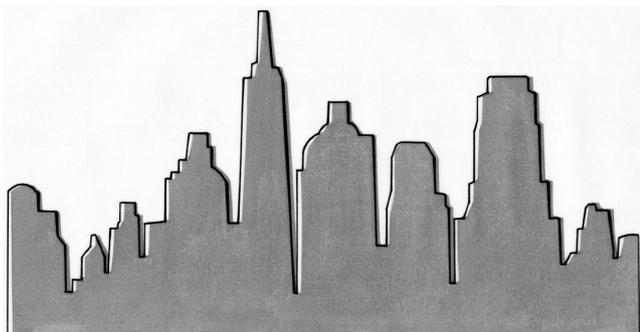
M. Seguin a fixé sur le sol de son jardin un rail qui forme un triangle équilatéral de 10 m de côté. Sa chèvre est attachée à une chaîne qui coulisse le long du rail et qui lui permet de brouter jusqu'à une distance de 2 m de part et d'autre du rail.

Dessiner à l'échelle 1/100, le rail triangulaire et colorier la zone où la chèvre peut brouter. Calculer l'aire de la surface que peut brouter la chèvre.



Exercice 13 pour les secondes Pro
10 points

Toujours plus haut



Dans la capitale d'un pays lointain, on construit chaque année un immeuble.

L'immeuble de l'année doit avoir un étage de plus que celui de l'année précédente.

Le premier immeuble construit a un nombre modeste d'étages.

À la fin de l'année 2013, la somme des nombres d'étages de toutes les tours est égale à 2013.

Quel est le nombre d'étages de l'immeuble construit en 2013 ? En quelle année a été construit le premier immeuble ? Justifier.

On acceptera une solution réalisée à l'aide d'un tableur.