

Éléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve de découverte de décembre 2016

Exercice 1 – Plus ou moins de moins ? – 7 points

- ✓ Avec 6 cartes (trois positives et trois négatives), Paul a 12 chances sur 30 de gagner et Pierre a 18 chances sur 30 de gagner.

| | +1 | +2 | +3 | -1 | -2 | -3 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| +1 | | + | + | - | - | - |
| +2 | + | | + | - | - | - |
| +3 | + | + | | - | - | - |
| -1 | - | - | - | | + | + |
| -2 | - | - | - | + | | + |
| -3 | - | - | - | + | + | |

- ✓ Avec 5 cartes (trois positives et deux négatives), Paul a 8 chances sur 20 de gagner et Pierre a 12 chances sur 20 de gagner.

| | +1 | +2 | +3 | -1 | -2 |
|----|----|----|----|----|----|
| +1 | | + | + | - | - |
| +2 | + | | + | - | - |
| +3 | + | + | | - | - |
| -1 | - | - | - | | + |
| -2 | - | - | - | + | |

Or $\frac{12}{30} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Paul n'a pas raison.

Enlever une carte qui porte un nombre négatif ne change rien aux chances de Paul.

Exercice 2 – D'or et d'argent – 5 points

Sachant que les triangles ACB, CBD et ADC sont isocèles, on a les égalités des angles suivantes :

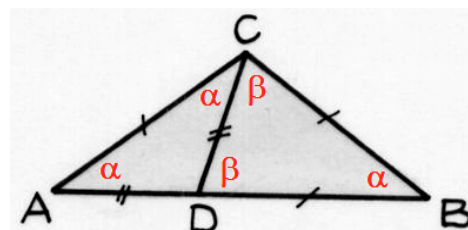
$$\widehat{ACD} = \widehat{CAD} = \widehat{CBD} = \alpha \text{ et } \widehat{CDB} = \widehat{DCB} = \beta$$

La somme des mesures des angles dans les triangles ACB et CBD

donne le système d'équations :
$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = 180^\circ \\ 3\alpha + \beta = 180^\circ \end{cases}$$

Sa résolution donne $\alpha = 36^\circ$ et $\beta = 72^\circ$.

(Il existe plusieurs résolutions possibles sans passer par les systèmes d'équations).



Remarque : Le triangle BCD est un triangle d'or, et le triangle ADC est un triangle d'argent.

Un **triangle d'or**, également connu comme **triangle sublime**, est un triangle isocèle dans lequel le côté en double a une longueur dans un rapport avec celle du côté restant égal au nombre d'or.

Le **gnomon d'or** ou **triangle d'argent** est un triangle isocèle obtus dans lequel le rapport des longueurs des côtés de même longueur au troisième côté est l'inverse du nombre d'or.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 3 – Dé roulé – 7 points

| | | | |
|----------|---|---|---|
| 6 | 5 | 1 | 2 |
| 3 | | | |
| 1 | | | |
| 4 | | | |
| Somme 22 | | | |

| | | | |
|----------|---|---|---|
| | 6 | 4 | 1 |
| 3 | 5 | | |
| 1 | | | |
| 4 | | | |
| Somme 24 | | | |

| | | | |
|----------|---|---|---|
| | | 6 | 2 |
| 3 | 5 | 4 | |
| 1 | | | |
| 4 | | | |
| Somme 25 | | | |

| | | | |
|----------|---|---|---|
| | | | 6 |
| 3 | 5 | 4 | 2 |
| 1 | | | |
| 4 | | | |
| Somme 25 | | | |

| | | | |
|----------|---|---|---|
| | 2 | 6 | 5 |
| | 3 | | |
| 1 | 5 | | |
| 4 | | | |
| Somme 26 | | | |

Exercice 7 – Trop d'trolls – 7 points

Il faut commencer par chercher le nombre de trolls par salle.

Il y en a 24 par « rangée », 11 dans C et 0 dans B, d'où 13 trolls dans A.

Puis en considérant quelques équations du genre $D + G + A = 24$ (avec $A = 13$), on obtient assez facilement : $D = 6$; $E = 8$; $F = 10$; $G = 5$; $H = 16$ et $I = 3$.

Sachant qu'il n'y a que 20 potions magiques, on procède par essai pour trouver le chemin pour sortir. **Le seul chemin possible est BEDG.**

Exercice 8 – Jeu de plate-forme – 5 points

Le rapport des vitesses doit être de $\frac{6}{9}$ pour passer du premier plateau au deuxième plateau.

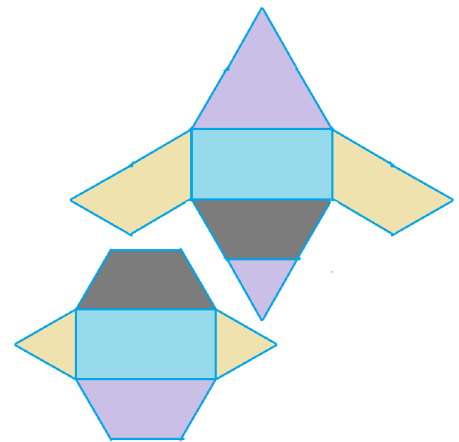
Or $\frac{9,2-6}{4,8} = \frac{6}{9}$ donc le deuxième plateau sera en prolongement du troisième.

La fourmi pourra franchir le puits sans encombre.

Exercice 9 – Mise en pièces – 7 points

La face grise est le plan de la section : Les angles à 60° se justifient du fait qu'on a coupé dans les faces équilatérales de la pyramide d'origine.

Ci-contre une proposition de patron.



Exercice 10 – Rapport pointilleux – 10 points

Le triangle ABC est équilatéral (3 côtés de 3 unités). Il en est de même pour le triangle ADE (ses 3 côtés sont les grandes diagonales de trois parallélogrammes de côtés 2 et 1 dans le même réseau).

$$\text{L'aire de ABC vaut : } 3 \frac{3\sqrt{3}}{2} / 2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$AH = 3 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{D'après le théorème de Pythagore, } AD = \sqrt{\left(3 \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{L'aire du triangle ADE vaut alors } \frac{7\sqrt{3}}{4}. \text{ D'où le rapport des aires } \frac{7\sqrt{3}}{4} / \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{7}{9}$$

- ✓ Plus simplement, il est possible de calculer le rapport de ces aires en calculant celui du carré de leurs côtés.
- ✓ Une façon encore plus astucieuse est de faire un découpage des aires.
On prend l'unité d'aire le triangle de la trame. Aire (ABC) = 9
aire (ABD) = aire (ACE) d'où aire (ABC) = aire (ACDE)
Alors aire (ADE) = aire (ACDE) – aire (DCE) = 9 – 2 = 7

Le rapport des aires de ADE et ABC est $\frac{7}{9}$.

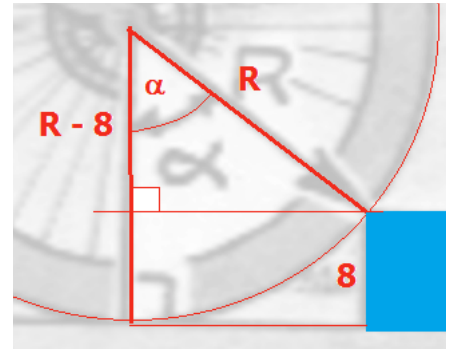
Spécial seconde

Exercice 11 – Sans les petites roues – 5 points

On a $\cos(\alpha) = (R-8)/R$

Et on obtient :

| | | | |
|------------------|-------|-------|-------|
| R (pouces) | 13 | 13,75 | 14,5 |
| α (degré) | 67,38 | 65,28 | 63,37 |



Exercice 12 – Liberté – Égalité – Fractions – 7 points

$$\frac{12}{5} = \frac{9}{5} + \frac{3}{5} = \frac{93}{55} + \frac{39}{55} = \frac{132}{55} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{10a+b}{11c} + \frac{10b+a}{11c} = \frac{11a+11b}{11c} = \frac{11(a+b)}{11c} = \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

Exercice 13 – Formule aire – 10 points – 2de GT

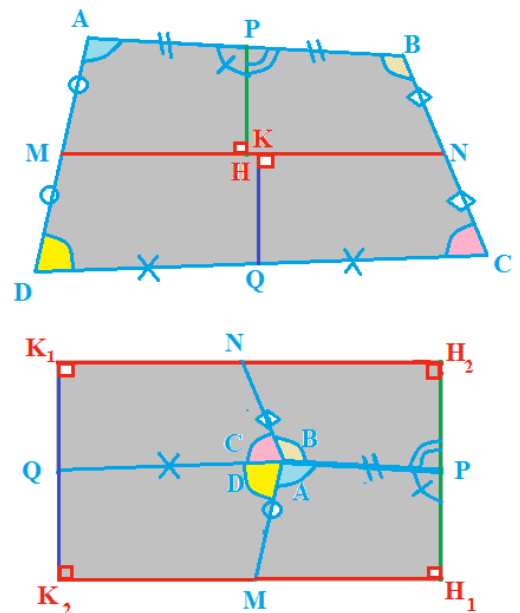
P est le milieu de [AB] sur la figure initiale, donc PA = PB et les points A et B coïncideront bien dans l'assemblage.

Les angles en P sont supplémentaires, donc les points H₁, P et H₂ seront bien alignés sur l'assemblage.

La somme des angles du quadrilatère initial vaut 360° donc l'assemblage se fera sans interstice.

Finalement on obtient un quadrilatère qui a 4 angles droits. C'est un rectangle ; sa longueur est 2MN/2 = MN et sa largeur est 2PH=2PK. Son aire est donc MN x 2PH.

Pour calculer l'aire du quadrilatère ABCD, on pourra mesurer les longueurs des segments [MN] et [PH] avant d'appliquer la formule **Aire(ABCD) = 2MN x PH**.



Exercice 13 – Ça refroidit – 10 points – 2de Pro

L'heure du crime se situe donc entre 16h41 et 16h42.

| | A | B | C | D | E | F |
|----|-------|-------------|----------------------|---------|---|---|
| 1 | 0 | 30,00 | | 17h 12 | | |
| 2 | -1 | 30,69 | $= (107*B1-141)/100$ | 17h 11 | | |
| 3 | -2 | 31,43 | | 17h 10 | | |
| 4 | -3 | 32,22 | | 17h .09 | | |
| | | ⋮ | | | | |
| 30 | -29 | 90,27 | | 16h 43 | | |
| 31 | -30 | 95,18 | | 16h 42 | | |
| 32 | -31 | 100,43 | | 16h 41 | | |
| 33 | temps | température | | | | |
| 34 | | | | | | |