Eléments de solutions pour un corrigé de l'épreuve définitive du 28 janvier 2019

Exercice 1 – *Billet gagnant* - 7 points –

Aucune étiquette ne correspond au contenu. Donc la boîte B ne contient pas 30 €, mais 20 € ou 40 €, c'est à dire deux billets de 10 € ou deux billets de 20 €.
Alors on tire un billet de la boîte B.

- Si c'est un billet de 10 €, on déduit de ce qui précède que cette boîte B contient 20 €. L'étiquette devant la boîte C indique 40 €. Cette boîte ne contient donc pas 40 €, mais 30 €, et la boîte A contient alors 40 €.
- Si c'est un billet de 20 €, on déduit que cette boîte B contient 40 €. Comme l'étiquette devant la boîte A indique 20 €, la boîte A contient 30 €, et la boîte C contient alors 20 €.

Exercice 2 – *Bon anniversaire* - 5 points –

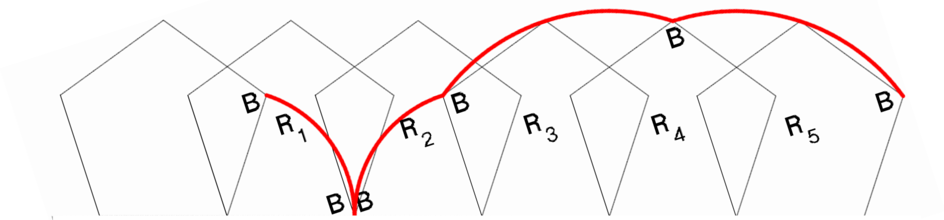
- **Le premier groupe**

Ils achètent 50 canettes, ils paient 100 €, et après les avoir bues, ils rapportent les 50 canettes vides et en reçoivent 10 de plus. Une fois encore ils rapportent ces 10 canettes et en reçoivent 2 nouvelles. Pour le moment, ils ont bu 62 canettes pour 100 € et il leur en reste 2 vides.
S'ils ont bu 63 canettes, c'est qu'ils en ont encore acheté une autre à 2 euros.
La dépense totale du premier groupe est de 102 €.

- **Le second groupe**

S'ils ont dépensé 200 €, ils ont acheté au départ 100 canettes. Ils les ont toutes bues et les rapportent, ils en reçoivent 20 de plus ; en vidant ces dernières ils en récupèrent encore 4 de plus. Au total, ils auront bu : 100 + 20 + 4 = 124 canettes.
Le second groupe aura bu 124 canettes.
<u>Remarque</u> : en empruntant une canette vide à un autre groupe, ils auraient pu récupérer une canette pleine en plus !!!

Exercice 3 – *Ça déroule Raoul* - 7 points –



Exercice 4 – *Couches de cubes* - 5 points –

Pour ce qui est des couches enlevées : $91 = 7 \times 13$ et $77 = 7 \times 11$
Le parallélépipède d'origine avait les dimensions $13 \times 7 \times 12$.
Il va rester $12 \times 6 \times 11 = 792$ cubes.
Le nombre de cubes restant est 792.

Exercice 5 – *Bio tomates* - 7 points –

Jacqueline prélève 10 L de décoction de prêle à l'aide du récipient de 10 L.
À l'aide du récipient de 3 L, elle remet 9 L dans le bidon de prêle.
Il reste 1 L de décoction de prêle dans le récipient de 10 L, qu'elle verse dans le récipient de 3 L.
Elle remplit ce récipient en ajoutant 2 L de décoction d'ortie et verse ce mélange dans le récipient de 10 L.
Enfin elle ajoute 3 L de décoction d'ortie pour obtenir 6 L du mélange désiré.

Exercice 6 – *Huit dit* - 5 points –

Les nombres inférieurs à 100 contenant le chiffre 8 sont :
8 ; 18 ; 28 ; 38 ; 48 ; 58 ; 68 ; 78 ; 88 ; 98 et les nombres de 80 à 89.
Prenons au minimum : 8 ; 8 ; 18 ; 28 et 38, dont la somme donne 100. Tout autre choix donne un total supérieur. C'est donc l'unique solution.
Le nombre de bonbons dans chaque boîte est 8 – 8 – 18 – 28 – 38.

Exercice 7 – *À la queue leu leu* - 7 points –

- Le nombre 171 apparaît la première fois en écrivant 17 puis 18.
  Il faut déterminer le nombre de chiffres écrits de 0 à 16 :
  De 0 à 9 : 10 chiffres ; de10 à 16 : 7 nombres à 2 chiffres, soit 14 chiffres.
  Au total 10 + 14 = 24 chiffres.
  La position de 171 est 24.
- Le nombre 321 apparaît la première fois en écrivant 1**32** puis **1**33.
  De 0 à 9 : 10 chiffres ;
  de 10 à 99 : $90 \times 2 = 180$ chiffres ;
  de 100 à 131 : $32 \times 3 = 96$ chiffres
  Avec le chiffre 1 de 132, on obtient en tout 287 chiffres.
  La position de 321 est 287.
- Le nombre 2019 apparaît la première fois en écrivant 19**20** puis **19**21.
  De 0 à 99 : 190 chiffres ; de 100 à 999 : $900 \times 3 = 2700$ chiffres ;
  de 1000 à 1919 : $920 \times 4 = 3680$ chiffres.
  Avec les chiffres 1 et 9 de 1920, on obtient en tout 6572 chiffres.
  La position de 2019 est 6572.

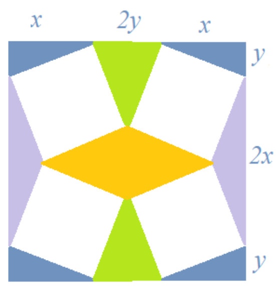
Exercice 8 – *Tref médiéval* - 5 points –

Pour le rayon r de la surface de base on a $r = \sqrt{50^2 - 40^2} = 30$ (Pythagore)

$$2\pi \times 30 \approx 188{,}496 \quad \text{et} \quad 188\frac{4}{7} \approx 188{,}571$$

$188\frac{4}{7}$ représente une valeur approchée la circonférence du cercle de base.

Exercice 9 – *Quadratum* - 7 points –



Les seules pièces dont on connaisse les dimensions sont les carrés de 5 cm de côté. On peut les découper et essayer de les agencer dans un carré de 14 cm de côté. Une première tentative pourrait être de les mettre dans les coins. Mais après, on voit vite qu'on n'arrive pas à remplir l'espace qui reste par les pièces qui restent.
A part les carrés, les seules autres pièces ayant un angle droit sont les quatre triangles rectangles. On comprend alors qu'ils doivent se trouver dans les coins. Et c'est en tournant les carrés dans les coins pour faire place aux triangles rectangles qu'on voit toutes les autres pièces apparaître.

$$2x + 2y = 70 \;\text{ et }\; x^2 + y^2 = 625 \;\text{ impose }\; x + y = 35 \;\text{ et }\; xy = 300$$

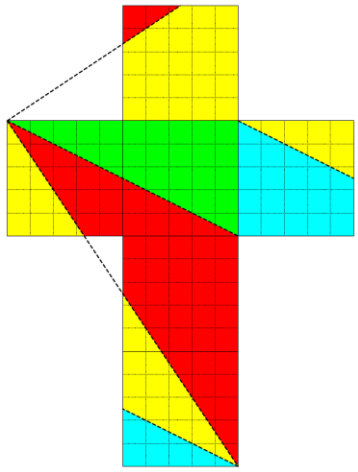
Les seules solutions sont $x = 15$ et $y = 20$ ou $x = 20$ et $y = 15$.
Ces deux solutions donnent en fait la même figure, à une rotation de 90° près.

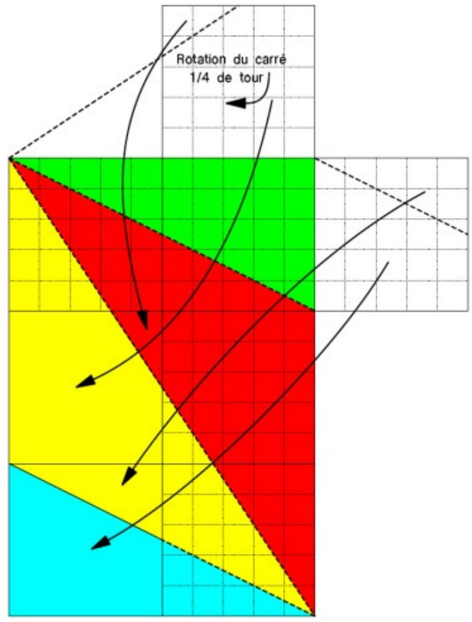
Les élèves pourront essayer par tâtonnement pour voir comment inscrire un carré de côté 25 dans un carré de côté 35, sachant que les sommets du petit carré doivent se trouver sur les côtés du grand carré.

Exercice 10 – *Tétraordinaire* - 10 points –

Le calcul des aires des faces peut être assez complexe si l'on ne perçoit pas les dimensions entières des faces du tétraèdre. Ce travail est simplifié si l'on essaye de mettre ensemble les différentes parties des faces du tétraèdre, comme sur le deuxième dessin.

La face verte et la face bleue ont chacune pour aire 25 cm².
La face rouge et la face jaune ont chacune pour aire 50 cm².





Exercice 11 – *En marche* - 5 points –

En montant 4 marches de plus que Delphine, Jean a gagné 2 secondes.
Une marche met 0,5 s pour prendre la place de la précédente.
Soit N le nombre visible de marches :
0,5(N – 20) = 10 d'où N = 40 (situation de Jean)
On retrouve le même résultat pour la situation de Delphine : 0,5(N – 16) = 12 d'où N = 40
Cet escalator compte 40 marches visibles.

<u>Remarque :</u> On peut faire le calcul en utilisant la notion de vitesse.

Soit N le nombre de marches visibles. La vitesse v de l'escalator correspond au nombre de marches arrivant au bout de l'escalator dans un certain temps (unité : marches par seconde).

Pendant les 10 s de la montée de Jean N – 20 marches arrivent au bout de l'escalator.
On obtient $v = \frac{N-20}{10}$. *Pour la montée de Laeticia on obtient* $v = \frac{N-16}{12}$
Puisque la vitesse de escalateur est la même, on a $\frac{N-20}{10} = \frac{N-16}{12}$ *d'où N = 40.*

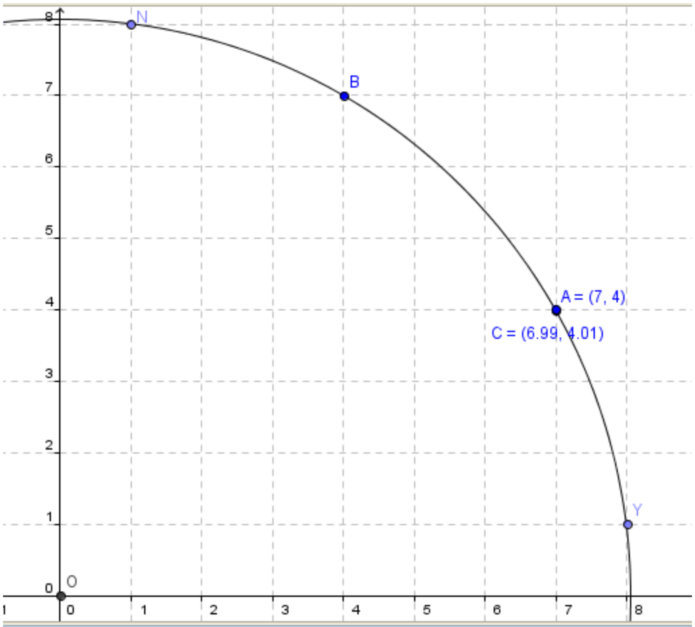
Exercice 12 – *Histoire d'eau* – 7 points –

Volume de l'aquarium : $50 \times 25 \times 40 = 50\ 000\ cm^3$
Volume restant non rempli après inclinaison : $(25 \times 25 \times 50) \div 2 = 15\ 625\ cm^3$
Le volume d'eau est égal à : $50\ 000 - 15625 = 34\ 375\ cm^3$
Si on remet l'aquarium horizontal, la hauteur d'eau est égale à : $34\ 375 \div (25 \times 50) = 27{,}5\ cm$
La hauteur de l'eau dans l'aquarium est de 27,5 cm

Exercice 13 pour les secondes GT – *Quatraire* – 10 points –

Les triangles IAH et IDH ont même aire, soit a, (triangles ayant même base et même hauteur)
Les triangles IAE et IBE ont même aire, soit b, (même raison)
Les triangles IBF et ICF ont même aire, soit c, (même raison)
Les triangles ICG et IDG ont même aire, soit d, (même raison)
L'aire de IGDH est égale à : $a + d$
Or $a + d$ = aire(IHAE) + aire(IEBF) + aire(IFCG) – $2c$ – $2b$
= aire(IHAE) + aire(IEBF) + aire(IFCG) – 2(c + b)
= 165 + 115 + 175 – 2 × 115 = 225
L'aire du quadrilatère IGDH est égale à 225 cm².

Exercice 13 pour les secondes Pro – *Pointilleux* – 10 points –



On attend un traçage sur géogébra par exemple et une lecture graphique.
Il y a 16 points en tout.
(8 ; 1) (7 ; 4) (4 ; 7) (1 ; 8) sont les points sur le premier quart de cercle.
Le rayon R est donné par le point A, $R^2 = 7^2 + 4^2 = 65$
Un point est sur le cercle si la somme des carrés de ses coordonnées donne 65.
$8^2+1^2 = 65$
On place le point C et on zoome suffisamment pour répondre : le point C est à l'intérieur du cercle.
Ou bien on calcule : $6{,}99^2 + 4{,}01^2 \approx 64{,}94$