

Épreuve de découverte 2023 (décembre 2022)
Éléments de solutions pour un corrigé
Proposition de barème
Objectifs pédagogiques, compétences

Exercice 1 – Tenter sa chance – 7 points -

De 000 à 999, il y a 1 000 codes possibles pour ce cadenas.

30 min = 1 800 s

À raison de 2 s par essai, Amandine peut tester 900 codes.

La probabilité de trouver le bon code en moins d'une demi-heure est alors de 90 %.

Amandine pense avoir peu de chance alors qu'elle a toutes ses chances !

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Communiquer

Dénombrement, probabilités, conversions de durées, temps, interprétation

Barème proposé :

3 pts pour la langue

4 pts pour le raisonnement et la conclusion

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

Exercice 2 – Jetons à la face – 5 points -

Objectifs et compétences :

Chercher Calculer

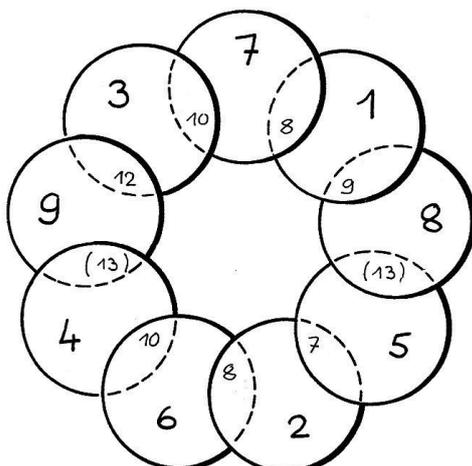
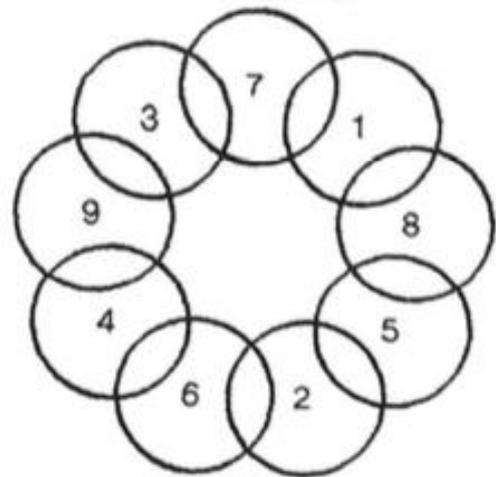
Calcul, opérations, logique, essai-erreur.

Barème proposé :

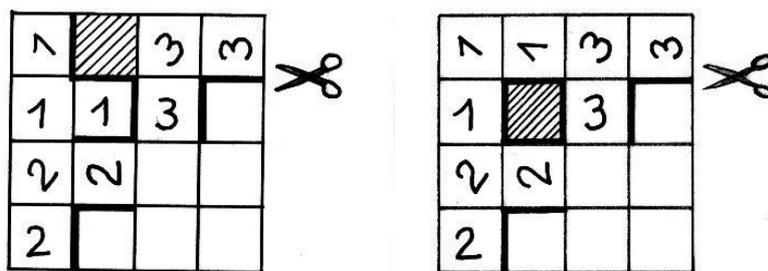
1 pt pour un début de recherche

2 pts pour la moitié des valeurs correctes

2 pts pour le reste



Exercice 3 – La coupe du podium – 7 points -



La cellule grisée servira à consolider la maquette lors du collage...
Les numéros servent uniquement à la compréhension du corrigé pour le découpage.

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Représenter Modéliser

Casse-tête, espace, patron, puzzle, découpage, maquette

Barème proposé :

3 pts pour les nombres bien placés et orientés

2 pts pour les lignes de coupe en rouge

2 pts pour la maquette

Il y a plusieurs solutions.

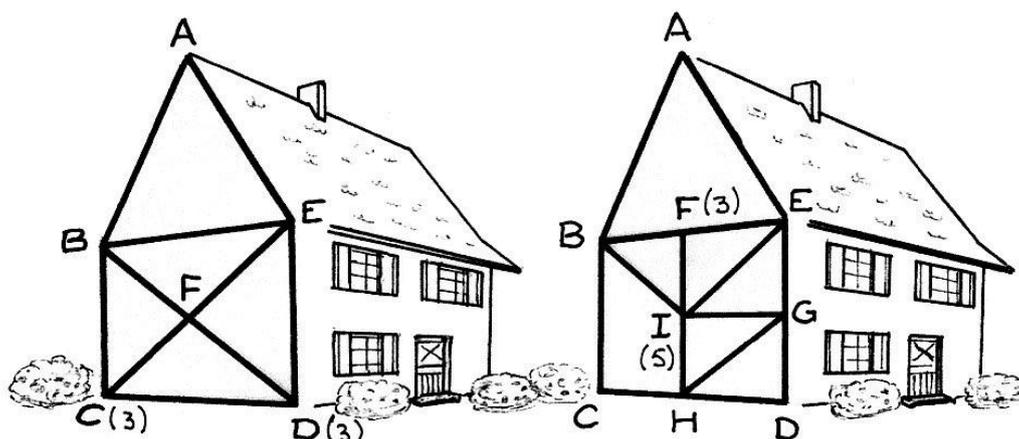
Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 4 – Poutre dans l'oeil – 5 points -

Appelons « degré » d'un point le nombre de segments à tracer dont ce point est une extrémité.
Les seuls points possibles pour le début ou la fin d'un tracé sont les points de « degré » impair.
Dans la première figure les seuls points qui permettent de débiter sont C et D.

Dans la deuxième figure, seuls les points F et I sont de « degré » impair, et par conséquent permettront de faire le tracé en respectant la règle du jeu de Sabine.

On peut par exemple tracer le circuit **FBAEGDHGHCBIEFI**.



Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Représenter

Grphe, parité, schéma, circuit, tracé, essai-erreur.

Barème proposé :

2 fois 2 pts pour trouver les deux points de départ de chaque maison

1 pt pour un tracé de la deuxième maison

Exercice 5 – Quasi mille – 7 points -

Si on note x le nombre de pièces sur la longueur et y celui sur la largeur, le nombre total de pièces du bord est : $x + y + x + y - 4 = 124$ car il ne faut pas compter deux fois les pièces des coins. D'où $x + y = 64$.

Le nombre minimal de pièces du puzzle de Mélodie est 1 008.

Il y a 36 pièces sur la longueur et 28 pièces sur la largeur.

x	y	xy
35	29	1 015
36	28	1 008
37	27	999
38	26	988

Mathématiques
SANS
Frontières

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Calculer

Arithmétique, multiples, équation, multiplication, calcul littéral, logique

Barème proposé :

2 pts pour une mise en équation

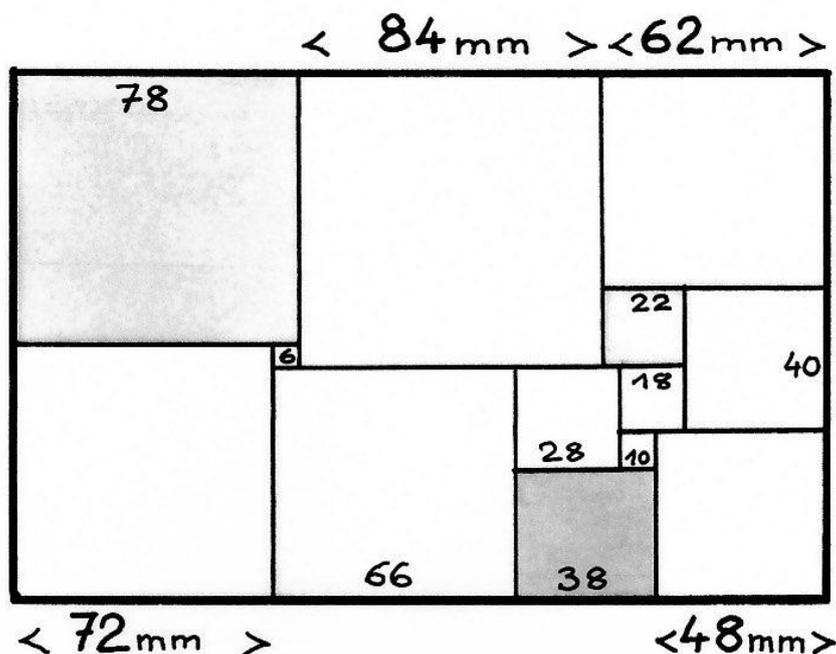
2 pts pour penser au « moins 4 »

2 pts pour le raisonnement

1 pt pour le couple solution

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

Exercice 6 – Tout en carrés – 5 points -



La difficulté de cet exercice est de trouver le premier carré dont on veut chercher le côté.

Voici une démarche possible pour trouver la solution.

Le carré ① a pour côté 22 mm ($84 - 62$)

Le carré ② a pour côté 40 mm ($62 - 22$)

Le carré ③ a pour côté 78 mm ($62 + 40 + 48 - 72$)

Le carré ④ a pour côté 6 mm ($78 - 72$)

Le carré ⑤ a pour côté 18 mm ($40 - 22$)

Le carré ⑥ a pour côté 10 mm ($40 + 18 - 48$)

Le carré ⑦ a pour côté 28 mm ($18 + 10$)

Le carré ⑧ a pour côté 38 mm ($10 + 28$)

Le carré ⑨ a pour côté 66 mm ($28 + 38$)

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Calculer

Calcul de longueur, logique, opérations à trous

Barème proposé :

2 pts pour la longueur du premier carré

2 pts pour les autres longueurs

1 pt pour la figure en grandeur réelle

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

Exercice 7 – Avec des lettres – 7 points -

$$(a + b) + a \times b + (a - b) = 2\,023$$

$$2a + a \times b = 2\,023$$

$$a(2 + b) = 2\,023$$

Les seuls diviseurs de 2 023 sont 1 ; 7 ; 17 ; 119 ; 289 et 2 023.

Ainsi, $119 \times 17 = 2023$ ou $289 \times 7 = 2023$ ou $1 \times 2023 = 2023$

Avec $a > b > 0$, il y a deux solutions : $a = 289$ et $2 + b = 7$ donc $a = 289$ et $b = 5$.

$a = 119$ et $2 + b = 17$ donc $a = 119$ et $b = 15$.

Objectifs et compétences :

Raisonnement Calculer

Algèbre, équation, décomposition d'un nombre, diviseurs, calcul littéral.

Barème proposé :

1 pt pour l'écriture de l'équation
3 pts pour les diviseurs de 2 023
3 pts pour la solution

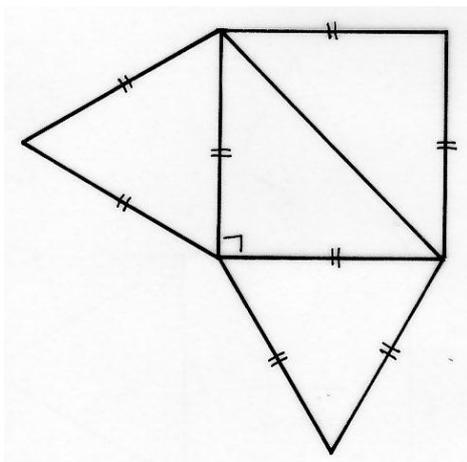
Exercice 8 – Quatre faces – 5 points -

Voici un patron correct parmi d'autres :

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonnement Représenter

Patron, solide, espace, tétraèdre, triangle, tracé, compas, géométrie plane, géométrie dessinée.



Barème proposé :

1 pt pour deux faces correctes
4 pts pour un patron correct

Exercice 9 – Puzzle magique – 7 points -

En procédant de manière rigoureuse, plusieurs remarques :

La deuxième colonne ne permet qu'une seule forme pour la case 8.

De même la diagonale descendante ne permet qu'une seule forme pour la case 9.

À partir de là, des déductions pour compléter les autres cases.

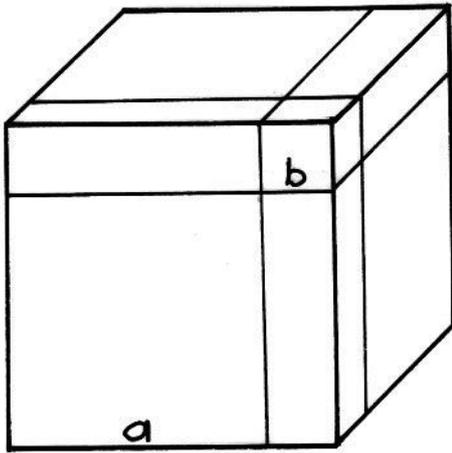
Objectifs et compétences :

Chercher Raisonnement Représenter

Vision dans le plan, assemblages, puzzle,

Barème proposé :

1 pt par pièce perdue
1 pt pour la précision des tracés



Exercice 10 – Puissance 3 – 10 points – 3^e

Voici une vue en perspective cavalière de l'assemblage.
On peut y voir sept des huit pièces qui le constituent :
Le cube d'arête a est caché.

L'assemblage trouvé illustre l'égalité :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Mathématiques
SANS
Frontières

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Modéliser

Géométrie dans l'espace, calcul littéral, identité remarquable, puzzle en 3D

Barème proposé :

3 pts pour les expressions des volumes de chaque pièce

(0,5 pour les cubes, 1 pt pour ab^2 , 1 pt pour a^2b)

3 pts pour une perspective cavalière

2 pts pour chaque expression du volume du grand cube

Exercice 11 – En rangs, par Jupiter ! – 5 points 2^{nde} -

Soit n le nombre de légionnaires.

À chaque essai du centurion, il reste toujours trois légionnaires qui ne sont pas rangés.

On en déduit que $n - 3$ est multiple de 4 et de 5 et de 7

Le plus petit multiple commun de 4 ; 5 et 7 est 140. D'où $n = 143$.

Il y a 143 légionnaires dans la cohorte du centurion.

$$143 = 11 \times 13$$

Le centurion aura deux possibilités pour ranger ses légionnaires :

11 rangs de 13 légionnaires ou 13 rangs de 11 légionnaires.

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Communiquer Calculer

Arithmétique, multiples, tables de multiplications, logique

Barème proposé :

1 pt pour la réponse : 143

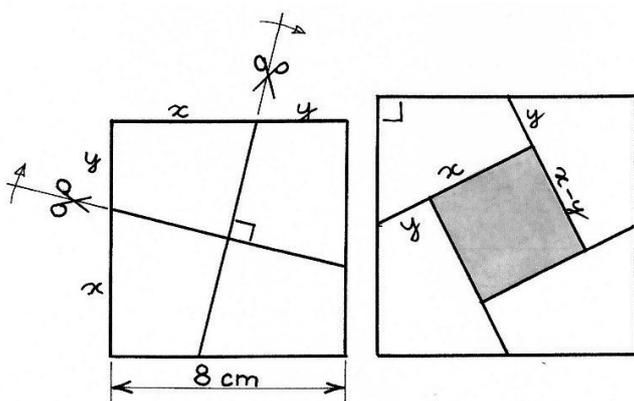
3 pts pour une explication

1 pt pour le rectangle 11×13

Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 2 pts.

Mathématiques
SANS
Frontières

Exercice 12 – Ouverture – 7 points -



L'aire du premier carré est 64 cm^2 .
 On le découpe en quatre parts égales.
 L'aire du carré central de la deuxième figure est alors de 16 cm^2 , son côté mesure 4 cm .
 On obtient le système :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

La solution est $x = 6$ et $y = 2$.

Mathématiques
 SANS
 Frontières

Les quatre parties ont leurs deux autres côtés de même longueur et valent dans ce cas :

$$\frac{\sqrt{80}}{2} = 2\sqrt{5}$$

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Calculer Modéliser
 Calcul littéral, équations, aire, système, puzzle, découpage

Barème proposé :

2 pts pour une mise en équation
 2 pts pour le couple solution
 2 pts pour les longueurs des deux autres côtés
 1 pt le collage de l'assemblage
 Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 3 pts.

Exercice 13 - Cette année-là ! -10 points - 2^{nde}GT

Il faut commencer à calculer les premiers termes et observer :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2022	$2^2+0^2+2^2+2^2=12$	$1^2+2^2=5$	$5^2=25$	$2^2+5^2=29$	$2^2+9^2=85$	$8^2+5^2=89$	$8^2+9^2=145$	$1^2+4^2+5^2=42$	$4^2+2^2=20$	$2^2+0^2=4$	$4^2=16$	$1^2+6^2=37$	$3^2+7^2=58$	$5^2+8^2=89$

On constate que le 15^e nombre est le même que le 7^e. Comme la règle reste la même, on sait que les 23^e, 31^e, 39^e nombres sont aussi 89. À partir du rang 7, la suite est de période 8, donc les 8^e, 2 000^e, 2 024^e nombres sont 145. Et le 2023^e nombre est 89.

Objectifs et compétences :

Chercher Raisonner Communiquer Calculer Représenter

Carré d'un nombre, sommes de carrés, carrés parfaits, suite de nombres, période, arithmétique.

Barème proposé :

3 pts pour le calcul des 20 premières valeurs.
 3 pts pour la période de 8
 4 pts pour le calcul du 2 023^e et le raisonnement
 Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 4 pts.

Exercice 13 - Baveux - 10 points - 2nde Pro

$$n + (n + 1) + \dots + (n + 29) = 3 \times 465$$

$$30n + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 29) = 1395$$

$$30n + \frac{29 \times 30}{2} = 1395$$

$$30n + (465 - 30) = 1395$$

$$30n + 435 = 1395$$

$$30n = 960$$

$$n = 32$$

Il faut commencer par $n = 32$.

Il n'est pas possible de trouver le double de 465 car la solution de l'équation

$$n + (n + 1) + \dots + (n + 29) = 2 \times 465 \quad \text{est } n = 16,5.$$

Barème proposé :
1 pt pour 1395 2 pts pour $n = 32$ 2 pts pour le raisonnement 1 pt pour la réponse « impossible » à la 2 ^e question 4 pts pour le raisonnement (2 ^e question) Toute forme de recherche cohérente sera valorisée par au moins 4 pts.

Objectifs et compétences :
Chercher Calculer Communiquer Tableur, arithmétique, somme d'entiers, équation.