

Mathématiques Sans Frontières

ÉPREUVE DÉFINITIVE DU 6 FÉVRIER 2024

- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

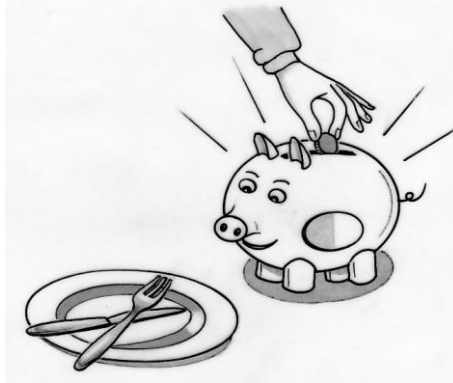
Exercice 1

7 pts



Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Jacquot mangia tutti i giorni nello stesso



ristorante. Decide di preparare un salvadanaio per le mance per il cameriere. V'inserisce 3 € se è soddisfatto del servizio, toglie 4 € se non lo è. Dopo alcune settimane è stato molto soddisfatto di ogni pasto e il salvadanaio è stato così ben riempito. Poi, alla fine dei quattordici pasti seguenti, il cameriere non ha né perso né guadagnato altro.

Quante volte, durante i quattordici ultimi pasti, Jacquot è rimasto soddisfatto? Motivate la vostra risposta.

Jacquot geht jeden Tag im selben Restaurant essen. Er beschließt, eine Trinkgeld-Kasse für den Kellner einzurichten. Er legt 3 € in die Kasse, wenn er zufrieden ist, und nimmt 4 € heraus, wenn er nicht zufrieden ist.

Einige Wochen lang war er sehr zufrieden gewesen, und so war die Trinkgeld-Kasse gut gefüllt. Bei den folgenden 14 Restaurant-Besuchen hat der Kellner dann nichts verdient, aber auch nichts verloren.

Bei wie vielen der 14 Restaurant-Besuche war Jacquot zufrieden? Erklärt eure Antwort.

Jacquot va a comer todos los días al mismo restaurante. Decide guardar un bote para el camarero. Mete 3 € en el bote si está contento con el servicio, quita 4 € del bote si no está satisfecho. Durante algunas semanas, ha estado muy contento con la comida y por lo tanto, el bote está bien lleno. Y después, tras las catorce comidas siguientes, el camarero no ha ganado ni ha perdido nada más.

¿Cuántas veces Jacquot ha estado contento a lo largo de las catorce últimas comidas? Justifica tu respuesta.

Jacquot goes to eat at the same restaurant every day. He decides to set up a tip jar for the waiter. He puts € 3 in the jar if he is happy with the service, but he removes € 4 from the jar if he is not satisfied. For a few weeks, he has been very happy with each meal, and hence the tip jar is well-filled.

Then, following the next fourteen meals, the waiter has made neither a gain nor a loss in tips.

How many times has Jacquot been happy with the last fourteen meals? Explain your reasoning.

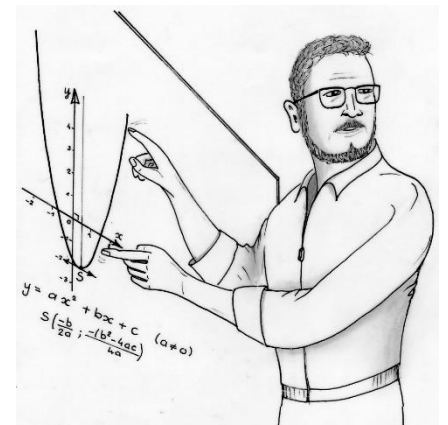
Exercice 2 5 pts PROF'IL'ÂGE

Mathématiques
SANS
Frontières

Lorsqu'on demande l'année de naissance à une personne, elle ne donne souvent que les deux derniers chiffres de l'année. Par exemple, elle dit : « Je suis née en 11, ou en 92 ou en 78 ».

C'est ainsi que Jean, professeur de mathématiques, né avant l'an 2000, dit : « Cette année, en 2024, j'ai l'âge de mon année de naissance ».

Calculer l'âge de Jean. En 2024, le petit-fils de Jean peut-il dire la même chose ? Expliquer votre raisonnement.



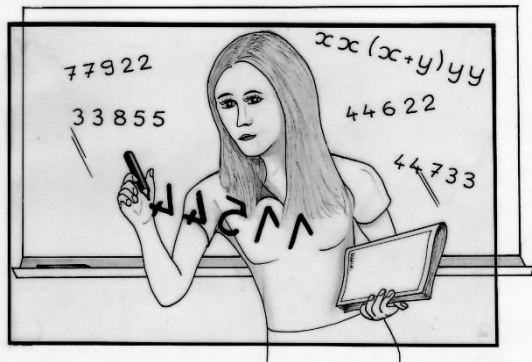
Exercice 3 7 pts
CXI

x et y sont des nombres entiers naturels dont la somme est inférieure à 10. On appelle « nombres renversants » les nombres dont l'écriture est de la forme $xx(x+y)yy$. Voici deux exemples : 33 855 et 77 922.

Donner deux autres exemples et vérifier que ces quatre nombres renversants sont divisibles par 111.

Établir une conjecture sur la forme du résultat de ces divisions.

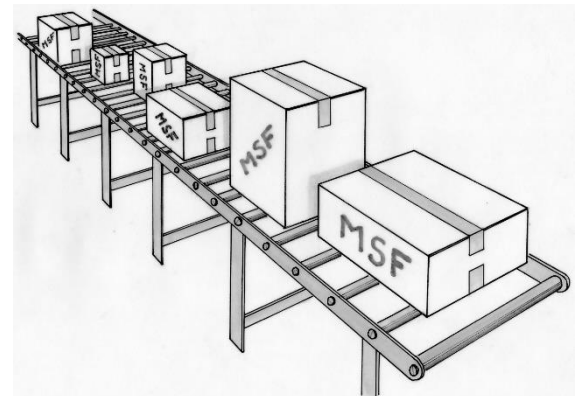
Démontrer la propriété conjecturée.



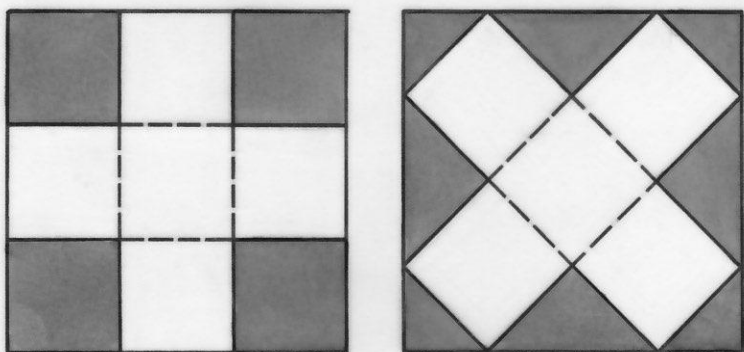
Exercice 5 7 pts
COLIS EN LIGNE

La société MsF prépare et expédie des colis dans le monde entier. 40 colis numérotés de 1 à 40 sont posés, les uns derrière les autres, sur un tapis roulant qui les achemine vers le camion de livraison. La masse totale de ces 40 colis est de 106 kg. La somme des masses de trois colis quelconques qui se suivent est toujours égale à 8 kg. Les colis numérotés 20 et 21 ont exactement la même masse.

Déterminer les masses des colis numérotés 20 et 21. Expliquer votre démarche.



Exercice 6 5 pts
CHUTES, PATRON!



2024	x 3	: 23	x 26	: 88
: 19	x 20	x 17	: 35	: 10
x 5	: 11	x 27	: 31	x 25
x 2	: 8	: 17	x 21	x 14
x 29	: 37	x 5	: 2	2025

En partant de 2024, trouver un chemin qui respecte les opérations et qui aboutit à la case 2025. Expliquer votre démarche.

L'entreprise Inzeboîte fabrique et vend des boîtes cubiques en carton sans couvercle. Deux patrons de boîtes sont proposés. Ils sont dessinés sur des feuilles carrées de mêmes dimensions. Puis ils sont découpés et pliés.

Choisir le patron qui produit le moins de chutes de carton.

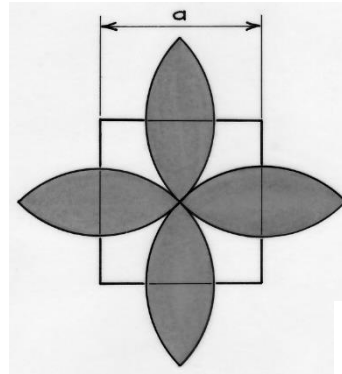
Expliquer votre démarche.

Exercice 7 7 pts
FAIRE UNE FLEUR

Voici un programme de construction :

- tracer un carré et placer son centre ;
- tracer les quatre cercles ayant pour centres les sommets du carré et passant par le centre de ce carré.

Une partie de la figure a été coloriée.

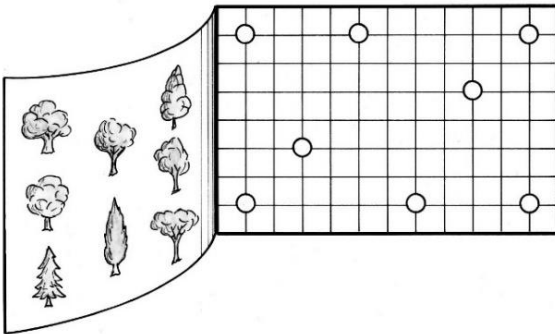


Mathématiques
SANS
Frontières

Réaliser cette construction à partir d'un carré de 6 cm de côté.

On note a la longueur du côté du carré. Déterminer l'aire de la partie coloriée en fonction de a .

Exercice 8 5 pts
PARTAGE ARBORÉ



Une ville décide de créer un lotissement de huit parcelles identiques.

Le terrain comporte huit arbres remarquables qu'il faut absolument conserver.

Un plan de ce terrain est donné par le dessin ci-contre où la position des arbres est indiquée.

Le géomètre propose de lotir le terrain en respectant les contraintes suivantes :

- les huit parcelles doivent avoir la même forme ;
- chaque parcelle doit contenir un arbre remarquable.

Donner deux partages possibles de ce terrain en huit parcelles.

Exercice 9 7 pts
TOBOGGAN DES NOMBRES

Voici un algorithme en trois étapes :

Étape 1 : Choisir un nombre de départ entier compris entre 100 et 299 inclus.

Étape 2 : Multiplier les chiffres de ce nombre.

Étape 3 : Si le résultat précédent est inférieur à 10, l'algorithme s'arrête, sinon répéter l'étape 2.

Voici deux exemples :

- en choisissant 234 comme nombre de départ : $234 \rightarrow 24 \rightarrow 8$

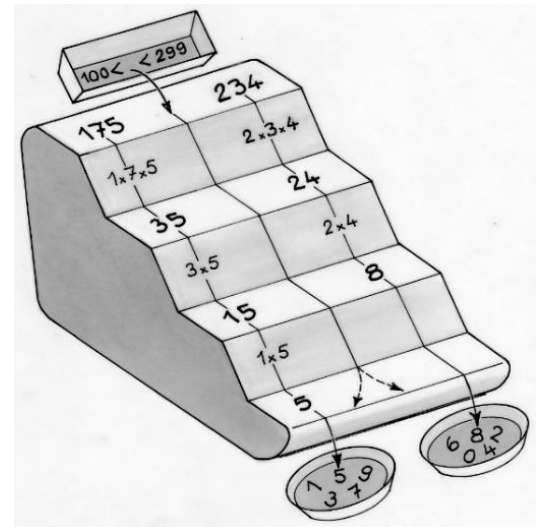
le résultat de l'algorithme est 8 ;

- en choisissant 175 comme nombre de départ : $175 \rightarrow 35 \rightarrow 15 \rightarrow 5$

le résultat de l'algorithme est 5.

En exécutant cet algorithme avec plusieurs nombres différents, il est peu fréquent que le résultat soit impair : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ou 9.

Trouver tous les nombres qui donnent un résultat impair. Expliquer votre démarche.



Exercice 10 10 pts
PLANS DE COUPE

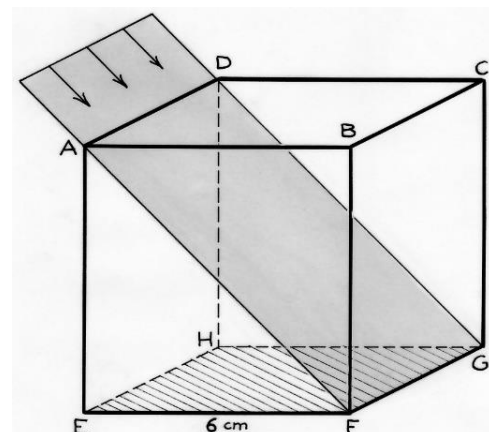
Le cube de 6 cm d'arête est coupé successivement selon les plans ADGF, BCHE, ABGH et enfin selon le plan CDEF, en gardant à chaque fois le solide qui a pour base le carré EFGH.

Représenter le cube en perspective cavalière avec le solide obtenu à l'intérieur. Repasser en couleur les arêtes du solide.

Réaliser un patron de ce solide en vraie grandeur.

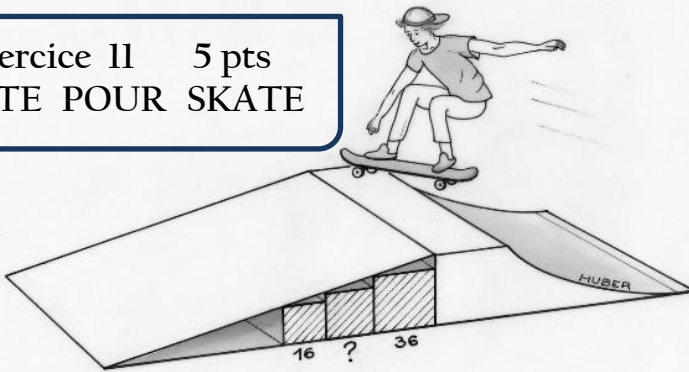
Exprimer le volume de ce solide en fonction du volume du cube.

Combien de solides identiques de ce type peut-on mettre dans ce cube ?



SPÉCIAL SECONDE

Exercice 11 5 pts PENTE POUR SKATE



Maxence s'est construit une rampe de skateboard avec trois blocs en forme de pavés droits à base carrée qu'il a accolés et un morceau de tôle plane. Son copain Anatole voudrait fabriquer la même rampe chez lui. Maxence lui explique : « Le plus important, c'est que les trois blocs aient une de leurs arêtes bien en contact avec la rampe ! Le plus grand des blocs a une base carrée de côté 36 cm et le plus petit a une base carrée de côté 16 cm. Mais je ne me rappelle plus la longueur du côté du carré intermédiaire. »

Aider Anatole à retrouver la dimension manquante. Expliquer la démarche.

Exercice 12 7 pts À VOIR LES CH'TONS

Mathématiques
SANS
Frontières



Agathe dispose dix jetons ayant chacun une face noire et une face blanche les uns à côté des autres avec la face noire visible. Ces jetons sont numérotés de 1 à 10 sur les deux faces.

Elle effectue plusieurs manipulations successives sur les jetons en procédant de la manière suivante :

Première manipulation : elle retourne chacun des dix jetons.

Deuxième manipulation : elle retourne tous les jetons sur lesquels est inscrit un multiple de 2.

Troisième manipulation : elle retourne tous les jetons sur lesquels est inscrit un multiple de 3.

Etc..., jusqu'à la dixième et dernière manipulation, où elle retourne uniquement le jeton numéroté 10.

Donner les numéros des jetons présentant une face blanche au bout des dix manipulations.

Si Agathe disposait de 100 jetons, numérotés de 1 à 100, lesquels présenteraient une face blanche au bout de cent manipulations ? Quelle est leur particularité commune ?

Exercice 13 10 pts 2^{nde} GT LOUP Y ES-TU ?

Le Petit Chaperon rouge part seule dans la forêt jusque chez sa grand-mère malade pour lui apporter un pot de beurre et une galette. Le quadrillage ci-dessous représente les différents chemins possibles à travers la forêt. Chaque point représente l'intersection entre deux chemins. Le Petit Chaperon rouge se déplace d'une intersection à l'autre, mais uniquement vers le nord ou l'ouest. Si deux trajets sont possibles, la probabilité qu'elle se déplace vers le nord ou vers l'ouest est de $\frac{1}{2}$. Ainsi la probabilité que le Petit Chaperon se

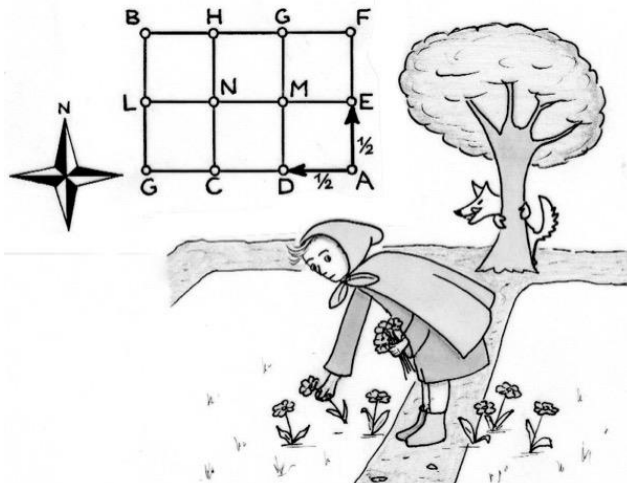
rende du point A au point C est de : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Malheureusement pour elle, le

loup s'est caché dans la forêt et, si elle le croise, elle sera dévorée. Le Petit Chaperon rouge se trouve en A et la maison de sa grand-mère en B. Le loup se cache au point L.

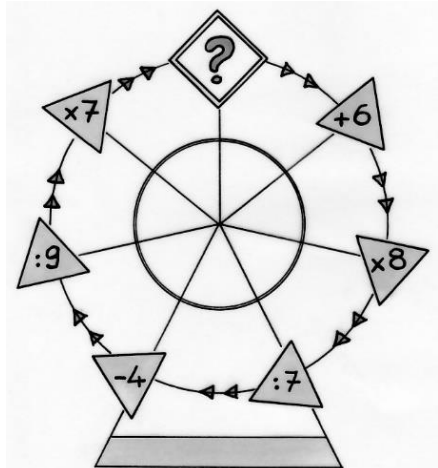
Calculer la probabilité que le Petit Chaperon rouge passe par le point L et se fasse ainsi dévorer par le loup. Justifier votre démarche.

À quelle intersection le loup a-t-il la plus grande probabilité de croiser le Petit Chaperon rouge, sachant qu'il ne peut se cacher ni en A, ni en B ?

Justifier votre démarche.



Exercice 13 10 pts 2^{nde} PRO MANÈGE



Quel nombre entier faut-il écrire dans le carré pour que, lorsqu'on suit les flèches et qu'on applique successivement les opérations pour revenir au carré, on retrouve ce nombre ? Expliquer votre raisonnement.

Il est conseillé d'utiliser un tableur pour résoudre le problème et répondre à la question.