- ✓ Rendre une seule feuille-réponse par exercice.
- ✓ Toute trace de recherche sera prise en compte.
- ✓ Le soin, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte.

Exercice 1 7 pts
Tik-Tak

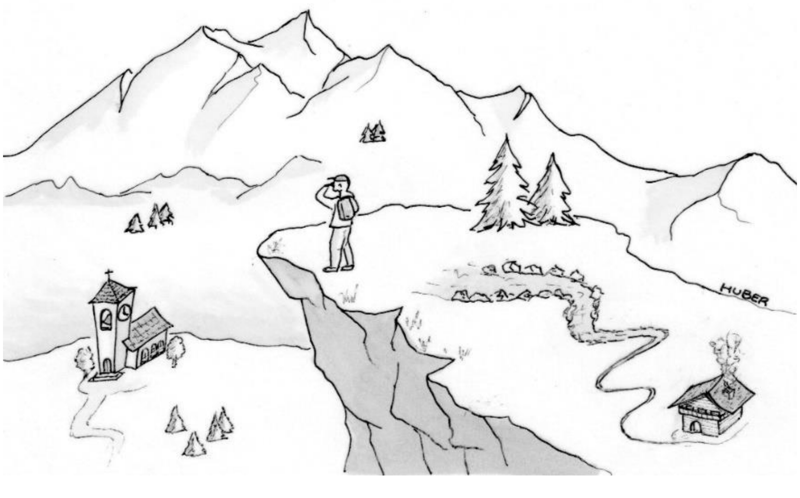
Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Jean ist in die Berge gefahren. Er verbringt das Wochenende in einer Hütte im Tal. Dort hat er weder Strom noch Handy-Empfang.
Ohne Uhr und Mobiltelefon weiß Jean in der Hütte nicht, wie spät es ist. Es gibt dort zwar eine batteriebetriebene Wanduhr, aber sie ist stehengeblieben.
Jean möchte die Wanduhr wieder richtig stellen. Neue Batterien hat er dabei. Er weiß, dass es im nächsten Dorf eine Kirche mit einer Kirchturmuhr gibt. Um die Uhrzeit abzulesen, steigt er auf einen Hügel. Von dort kann er die Kirchturmuhr sehen. Der Weg auf den Hügel ist steil, und so braucht Jean für den Aufstieg doppelt so lang wie für den Abstieg.

Erklärt, wie Jean vorgehen muss, um die Wanduhr in der Hütte so genau wie möglich zu stellen.

Jean trascorre un fine settimana in un rifugio in montagna in fondo a una valle. Il rifugio non ha né elettricità né rete telefonica.
Giunto sul posto, senza orologio né telefono, Jean non ha possibilità alcuna di conoscere l'ora. Nel rifugio c'è un orologio a pila, fermo, che non si può spostare.
Jean ha con sé delle pile nuove e spera di riuscire a regolare l'orologio sull'ora corretta.
Sa che nel villaggio vicino c'è una chiesa con un orologio. Sale, quindi, sulla cima di una collina da cui può vedere l'orologio per leggere l'ora indicata in un tempo trascurabile e scende immediatamente. Nella salita, data la ripidità, impiega il doppio del tempo rispetto alla discesa.

Spiegate come Jean possa procedere per regolare l'orologio del rifugio sull'ora corretta con la maggiore precisione possibile.



Jean spends a weekend in a mountain chalet at the bottom of a valley. This cottage has no electricity and no telephone network.
Once there, without a watch or phone, Jean has no way of knowing the time. In the chalet there is a battery-operated clock, which has stopped, and which cannot be moved.

In his belongings, he has brand new batteries. He wants to set this clock to the correct time.

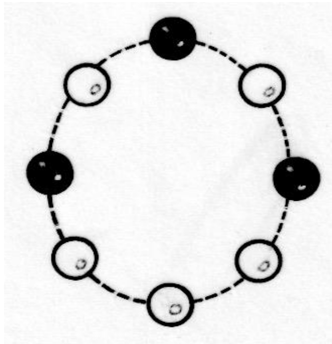
He knows that there is a church with a clock in the nearest village. To read the time on its bell tower, he climbs to the top of a hill from where he can see it. Since the hill has a steep slope, it takes twice as long to go up as it does to go down.

Explain how John can go about setting the clock in the chalet to the correct time as accurately as possible.

Jean pasa un fin de semana en un chalé de montaña en el fondo de un valle. Este chalé no tiene electricidad y ninguna red telefónica. Una vez llegado al sitio, sin reloj ni teléfono, Jean no tiene ningún medio para saber la hora. En el chalé hay un reloj de pared de pilas, parado, que no podemos trasladar. Entre sus cosas hay pilas nuevas. Quiere poner este reloj en hora. Sabe que hay una iglesia con un reloj en el pueblo más cercano. Para leer la hora en su campanario, sube a la cima de una colina desde donde ve el campanario. Como la cuesta para subir la colina es empinada, tarda el doble de tiempo en subir que en bajar.

Explica como Jean puede proceder para poner en hora el reloj del chalé de la manera más precisa posible.

Exercice 2 — 5 pts
Colliers



Marion réalise des colliers chacun composé de cinq perles blanches et trois perles noires.
La figure ci-contre montre un exemple.

Dessiner les différents colliers de perles que Marion peut réaliser.

Exercice 3 — 7 pts
Carré de touches

Laura choisit au hasard quatre touches adjacentes formant un carré, parmi les touches de 1 à 9 du clavier numérique de sa calculatrice.
Ensuite, elle appuie successivement sur chacune de ces quatre touches en commençant par n'importe laquelle, mais en tournant toujours dans le sens des aiguilles d'une montre.
Elle peut ainsi écrire quatre nombres à quatre chiffres différents.
Elle se souvient du critère de divisibilité suivant : *« Soit* ***abcd*** *un nombre à quatre chiffres. Si a – b + c – d est égal à zéro alors* ***abcd*** *est divisible par 11 ».*

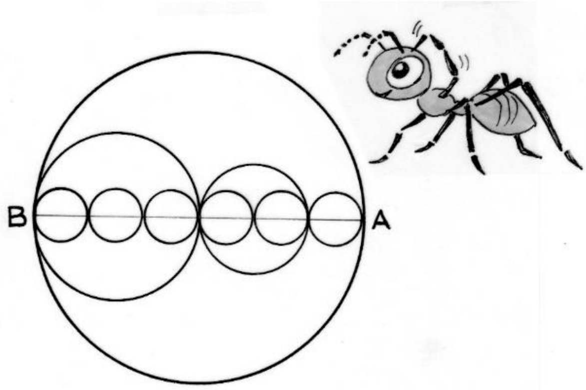
Elle énonce la proposition suivante : « Les quatre nombres ainsi obtenus sont tous divisibles par 11 quel que soit le carré de touches choisi. »

En appelant n le premier chiffre tapé, démontrer cette proposition en utilisant le critère de divisibilité.

Exercice 4 — 5 pts
Fourmidable

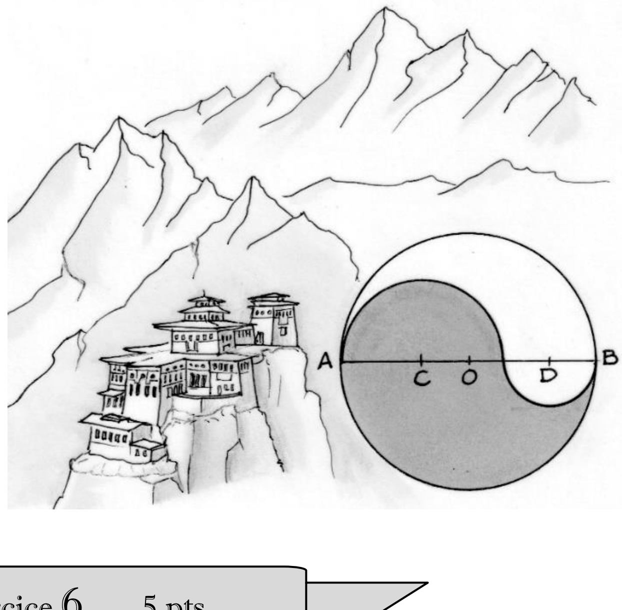
Une fourmi doit aller du point A au point B en ne suivant que des arcs de cercles. Les centres de tous les cercles sont alignés et AB = 12.

Calculer la plus courte longueur des trajets.



Exercice 5 — 7 pts
Côté obscur

Dans un monastère de l'Himalaya se trouve un disque étrange de diamètre 1 m. Il représente l'équilibre des énergies sur terre. Quand tout va bien, les deux parties, claire et sombre, ont la même aire. Depuis quelque temps, le côté sombre gagne en énergie. Sur le disque, l'aire de la partie sombre est 1,5 fois plus grande que l'aire de la partie claire.

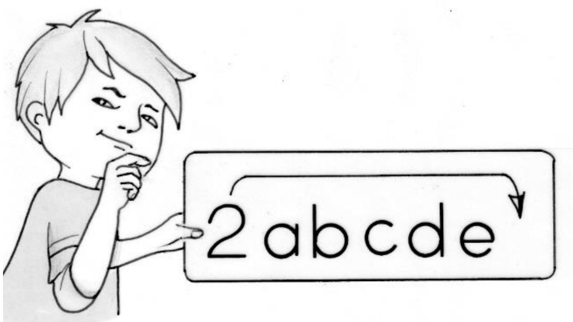


Calculer le rayon AC.
Dessiner ce disque à l'échelle 1/10.

Exercice 6 — 5 pts
Le début de la fin

Un nombre à six chiffres commence par le chiffre 2.
Si je déplace le chiffre 2 à la fin du nombre, le nombre à six chiffres obtenu est plus grand de 461 214 que le premier nombre.

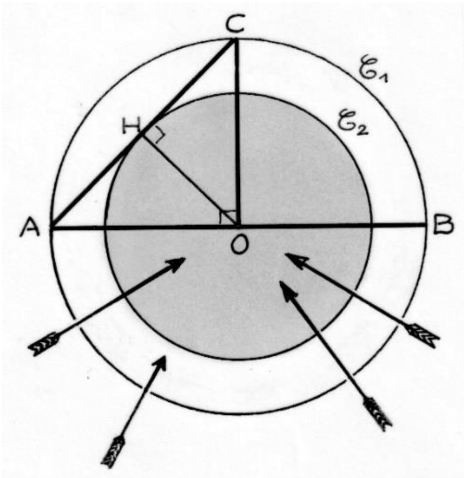
Trouver le nombre de départ. Expliquer.



Exercice 7 — 7 pts
Partage ciblé

Pour la kermesse de son école, Samuel envisage de fabriquer une cible pour un jeu de lancer de fléchettes.
Sa cible sera constituée de deux cercles concentriques définissant deux zones l'une de couleur blanche et l'autre de couleur grise. Par souci d'égalité des chances, il souhaite que ces deux zones aient la même aire.
Il commence par tracer le cercle $\mathscr{C}_1$ de centre O et de rayon 20 cm. Pour tracer le cercle $\mathscr{C}_2$, il réalise les constructions indiquées sur le dessin.

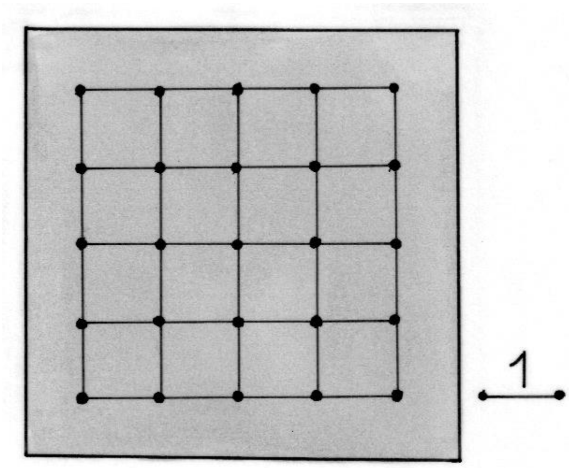
Tracer, à l'échelle 1/2, la cible avec les deux zones en détaillant votre programme de construction étape par étape. Les zones grise et blanche ont-elles la même aire ? Justifier.



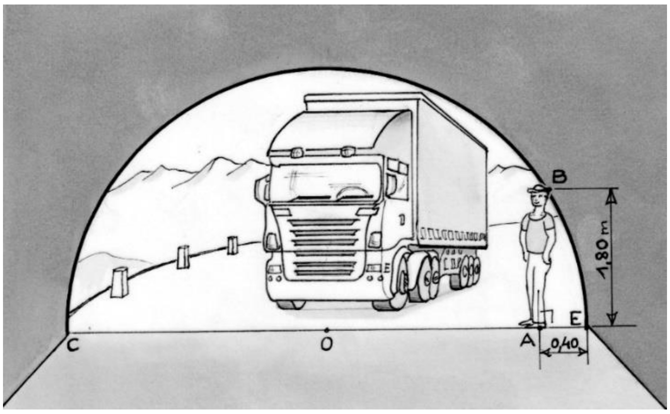
Exercice 8 — 5 pts
Points²

Sur ce quadrillage, on a placé 25 points sur un carré de côté 4 unités.
On peut tracer beaucoup de carrés dont les sommets sont des points du quadrillage.

Donner toutes les dimensions possibles de ces carrés.



Exercice 9 — 7 pts
Les routes de l'impossible



Un chauffeur de camion aimerait traverser un tunnel de forme semi-circulaire de centre O.
Il s'inquiète car la hauteur du tunnel n'est pas indiquée. Il sort du camion.

Il se place au point A et prend deux mesures :
EA = 0,40 m et AB = 1,80 m. [AB] est perpendiculaire au sol. Le camion mesure 2,40 m de largeur et 4,10 m de haut.

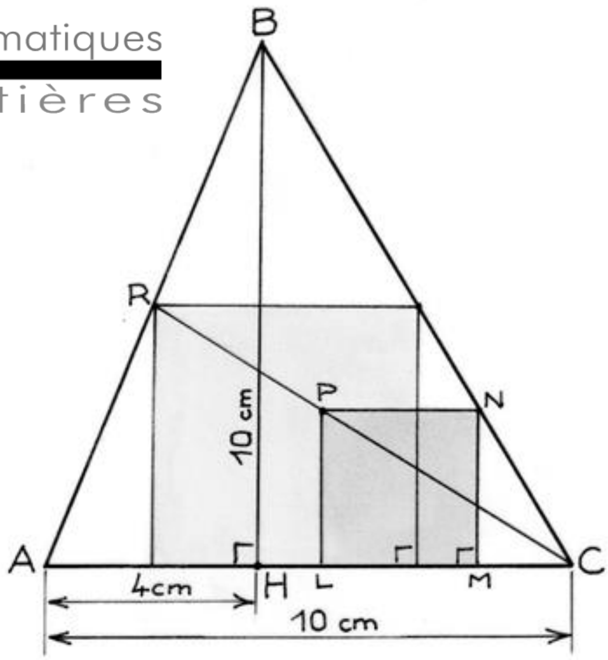
Calculer la hauteur du tunnel puis expliquer si le camion peut le traverser.

Mathématiques SANS Frontières

Exercice 10 — 10 pts
Carrément grandiose

Soit un triangle ABC de base AC= 10 cm et de hauteur BH = 10 cm.
La figure ci-contre permet de construire le plus grand carré à l'intérieur du triangle ABC dont un côté repose sur la base [AC].
On considère un carré LMNP dont les sommets L et M sont sur [AC] et dont le sommet N est sur [BC]. La droite (CP) coupe [AB] en R.
R est un des sommets du plus grand carré qui répond au problème.

Construire la figure.
Calculer la longueur du côté de ce carré. Expliquer votre démarche.



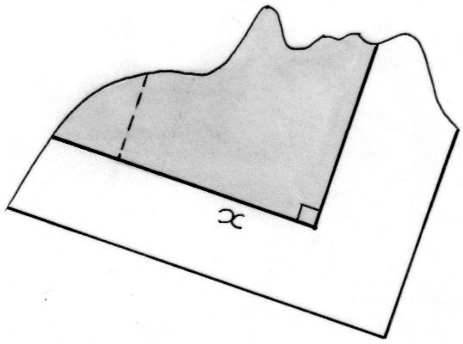
SPÉCIAL SECONDE

Exercice 11 5 pts
Jeu habile

Julia et Frieda jouent avec cinq billes rouges et cinq billes bleues indiscernables au toucher. Frieda répartit les dix billes dans deux sachets opaques. Julia pioche, sans regarder, une bille de chaque sachet.
Frieda gagne si les deux billes sont rouges.

Comment Frieda doit-elle répartir les billes entre les deux sachets pour avoir le plus de chance de gagner ? Expliquer votre réponse.

Exercice 12 7 pts
Ça déchire !



Sur le bout de papier déchiré ci-contre, il reste un morceau d'une figure dont le périmètre est $10\,x + 4$ et l'aire $5\,x^2 + 4\,x$.

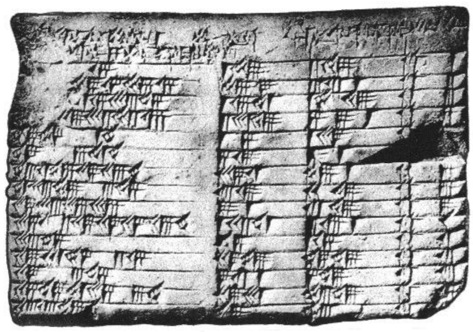
Tracer une figure avec ses dimensions en fonction de x qui pourrait répondre aux contraintes. Justifier.

Exercice 13 10 pts
2^nde GT
Triplets

Un triplet pythagoricien, noté (*a, b, c*) est formé de trois nombres entiers *a*, *b* et *c* tels que $a^2 + b^2 = c^2$.
Ce sont les longueurs des côtés d'un triangle rectangle.
On obtient tous les triplets pythagoriciens (*a, b, c*) à l'aide des formules :
$a = m^2 - n^2$
$b = 2mn$
$c = m^2 + n^2$
où *m* et *n* sont des entiers positifs non nuls et *m* supérieur à *n.*

Un triplet (*a, b, c*) est dit primitif si *a*, *b* et *c* n'ont qu'un seul diviseur commun positif 1.

Calculer le triplet pythagoricien primitif (*a, b, c*) obtenu avec m = 5 et n = 4.
Trouver les quatre triplets pythagoriciens primitifs obtenus avec b = 2024.



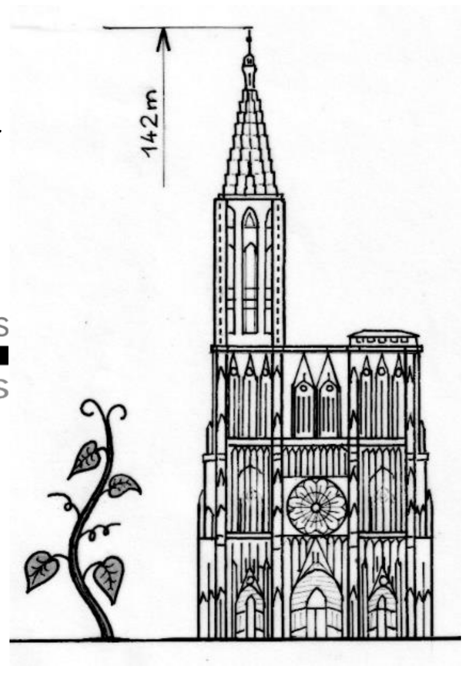
Tablette babylonienne – Plimpton 322

Exercice 13 10 pts
2^nde PRO
Haricot mathémagique

Jacques a planté un haricot magique au ras du sol. Le matin du 1er avril, la petite pousse mesure 0,5 cm.
Chaque matin, Jacques remarque que le haricot a doublé de hauteur.
La cathédrale de Strasbourg a une hauteur de 142 m.

Au matin de quel jour, la hauteur du haricot magique sera-t-elle supérieure à la hauteur de la cathédrale de Strasbourg ?

L'utilisation du tableur est conseillée pour la résolution de cet exercice.



Mathématiques sans Frontières