

ALSACE — 1993  
INTERNATIONAL

Compétition  
interclasses  
3<sup>e</sup> et 2<sup>de</sup>

# MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES

ORGANISÉ PAR  
L'IREM ET L'INSPECTION  
PÉDAGOGIQUE RÉGIONALE

Coordination générale :

**MATHEMATIQUES  
SANS FRONTIERES**

B.P. 149  
67025 STRASBOURG CEDEX

**Crédit Mutuel**  
la banque à qui parler

**A**  
ACADEMIE  
DE STRASBOURG

Toute solution, même partielle, sera examinée. Le soin sera pris en compte.  
Ne prendre qu'une seule feuille réponse par exercice.

## exercice n°1 10 points

### Pas si vite !

Rédiger en allemand, espagnol, italien ou anglais la solution de cet exercice.

Henri fährt mit dem Auto auf einer vierspurigen Straße, auf der die Geschwindigkeit auf 110 km/h begrenzt ist. Er stellt folgendes fest :

- Steht der Kilometerzähler auf 351,4, so zeigt die Digitaluhr 10 h 10 ;
- Steht der Kilometerzähler auf 369,4, so zeigt die Digitaluhr 10 h 19 .

Henri rechnet schnell aus, daß er 120 km/h fährt... Und doch hat er teuflisch aufgepaßt. Der Zeiger des Tachometers ging nie über 110 hinaus.

Zeige zunächst, wie Henri auf 120 km/h kam !

Erkläre, warum Henri möglicherweise die Geschwindigkeitsbegrenzung nicht überschritten hat, obwohl die Instrumente am Armaturenbrett völlig in Ordnung sind.

Henry is driving on a four-lane road on which the speed is limited to 110 km per hour.

He notices that :

- When the speedometer reads 351.4, the digital watch reads 10. 10 am. ;
- When the speedometer reads 369.4, the digital watch reads 10. 19 am. .

Henry then makes a quick mental calculation and concludes that he is driving at an average speed of 120 km/hour. Yet Henry has been very careful : the speedometer hand never went beyond 110.

First expose Henry's calculation.

Then explain why it is possible that Henry may not have been speeding, although the dashboard instruments are all in perfect working order.

Enrique circula en coche sobre una carretera de cuatro vías donde la velocidad está limitada a 110 km/h.

Observa que :

- Cuando el cuentakilómetros marca 351,4, el reloj digital marca 10 h 10 ;
- Cuando el cuentakilómetros marca 369,4, el reloj digital marca 10 h 19 .

Enrique hace entonces un cálculo mental rápido para deducir que su velocidad media es de 120 km/h... Sin embargo Enrique ha estado muy atento : la aguja de su contador nunca pasó el 110.

- Exponer primero el cálculo que hizo Enrique.

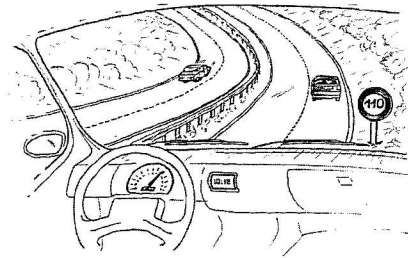
- Explicar luego por qué es posible que Enrique no haya hecho un exceso de velocidad, aunque los instrumentos de bordo funcionan perfectamente.

Enrico corre in automobile su una strada a tre corsie, con limite di velocità a 110 km/h. Egli osserva che :

- quando il contachilometri segna 351,4 l'orologio digitale indica le 10 e 10 ;
- quando il contachilometri segna 369,4 l'orologio digitale indica le 10 e 19 .

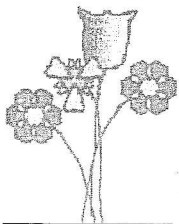
Enrico fa allora un rapido calcolo mentale e deduce che ha viaggiato a una media di 120 km/h... D'altra parte ha fatto molta attenzione : la freccia del tachimetro non ha mai superato i 110.

Esponete il ragionamento fatto da Enrico, quindi spiegate come sia possibile che Enrico non abbia superato il limite di velocità, dato per scontato che gli strumenti di misura siano sufficientemente precisi e in buono stato.

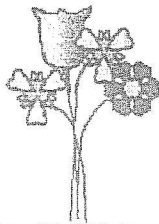


## exercice n°2 5 points

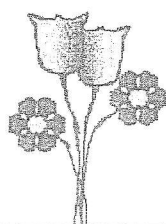
### Dites-le avec des fleurs !



42 francs

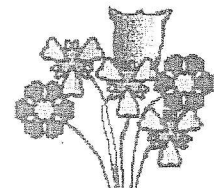


38 francs



48 francs

Quel est le prix du quatrième bouquet ?



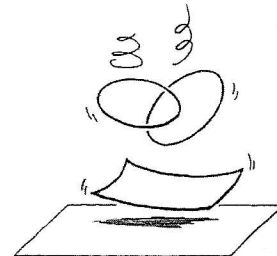
? francs

## exercice n°3 5 points

### Ronds-points

Tracer deux cercles et un rectangle de façon à ce qu'ils aient, deux à deux, 18 points d'intersection.

Faire une figure assez grande pour éviter toute ambiguïté.



## exercice n°4 10 points

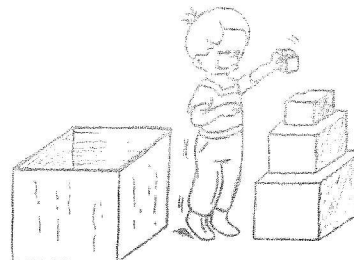
### Néo-cubisme

Un des jouets du petit Paul est une boîte cubique entièrement remplie de petits cubes pleins de 5 cm de côté.

Paul a réussi, en utilisant tous les cubes de sa boîte, à construire une tour composée de trois étages en forme de cubes comme sur la figure ci-contre. Lorsqu'on monte d'un étage, l'arête diminue d'un petit cube.

Quand Paul se tient debout, il dépasse cette tour de 30 cm.

Quelle est la taille du petit Paul ?



**exercice n°5**  
5 points

## Les jetons

On dispose de trois jetons portant un nombre inférieur à 10 sur chacune de leurs faces. Ces six nombres sont consécutifs.

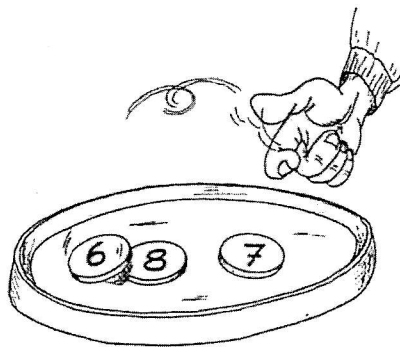
On vient de lancer les trois jetons et c'est ainsi qu'ils sont retombés sur la table :

La somme des trois nombres qui apparaissent est 21.

En recommençant l'expérience, on obtient d'autres sommes :

16, 17, 18, 19, 20, 22 et 23

Quels sont les nombres écrits sur les faces cachées de ces jetons... sous le 6, sous le 7, et sous le 8 ?



**exercice n°6**  
10 points

## Exercice "2 étoiles"

Dans le livre : "Vie et Mystère des nombres", l'auteur François-Xavier Chaboche cite une construction à l'aide de la règle et du compas d'un heptagone presque régulier :

"Vous tracez trois cercles concentriques  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  dont le second  $C_2$  ait un rayon triple du premier  $C_1$  et le troisième  $C_3$  un rayon triple du second  $C_2$ .

De n'importe quel point  $M$  du cercle  $C_3$  vous tracez une tangente au cercle  $C_1$  que vous prolongerez jusqu'à ce qu'elle recoupe le cercle  $C_2$  en un point  $N$ . De ce point, vous tracez une nouvelle tangente à  $C_1$  que vous prolongerez jusqu'à ce qu'elle recoupe  $C_3$  en un point  $P$ .

Vous recommencez alors la même opération jusqu'à ce que vous ayez obtenu une double étoile. Il suffit de relier les pointes de ces étoiles pour obtenir l'heptagone désiré."

Réaliser cette construction dont l'auteur pense qu'elle était connue des compagnons bâtisseurs.



**exercice n°7**  
5 points

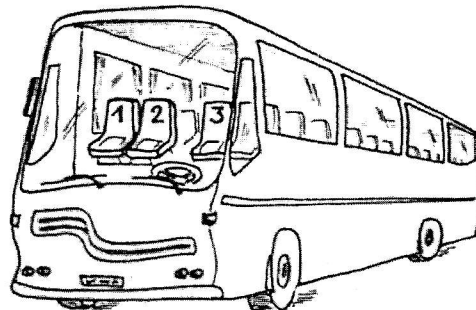
## Caprices à deux

Trois amis, Alain, Bernard et Carine participent à une excursion en car. Trois places d'une même rangée leur sont réservées : la place n°1 est près de la fenêtre, les places n°2 et n°3 sont de part et d'autre de l'allée centrale. La place n°2 est à côté de la place n°1.

Chacun exprime ses préférences :

- Si Alain occupe la place n°1, Bernard veut la place n°2.
- Si Alain occupe la place n°2, Bernard veut la place n°3.
- Si Bernard ne prend pas la place n°1, Carine veut la place n°2.
- Si Carine occupe la place n°3, Alain veut la place n°1.

Comment faire pour donner satisfaction aux trois amis ?



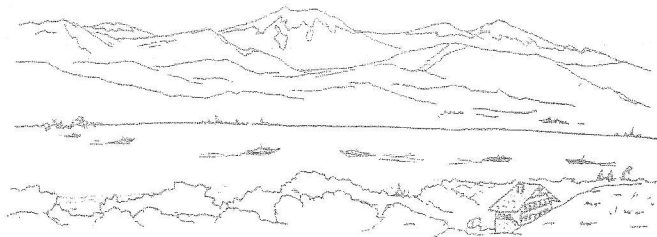
**exercice n°8**  
10 points

## Exercice bateau

En haute saison, tous les quarts d'heure, un bateau part de Nyon pour Saint-Gingolph, et un autre part de Saint-Gingolph pour Nyon au même moment. La traversée du lac Léman s'effectue dans un sens comme dans l'autre en deux heures.

Un passager remarque qu'il a déjà croisé plus de dix bateaux de cette ligne.

Combien en aura-t-il croisés en tout après son départ et avant son arrivée ?



**exercice n°9**  
5 points

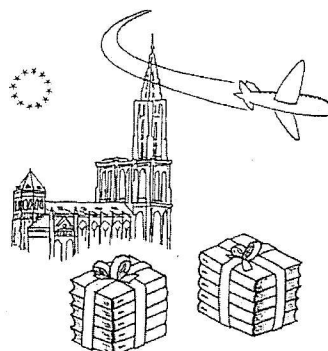
## Par avion

Des lycéens strasbourgeois envoient des colis de livres sur l'Alsace à leurs correspondants d'une ville étrangère située au sud de Strasbourg. Le transport par avion leur coûte 3,50 écus par colis aux 100 km, plus 1,95 écu forfaitaire par colis.

Leurs correspondants leur envoient en échange le même nombre de colis de livres sur leur ville. Cela leur coûte 4 écus par colis aux 100 km, sans forfait supplémentaire.

À la réception des paquets, les Strasbourgeois amusés constatent que leurs correspondants ont dépensé la même somme qu'eux en frais de port.

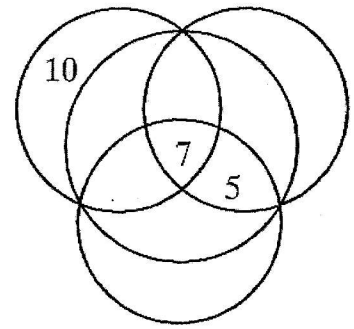
Quelle est la ville de leurs correspondants ? Justifier.



**exercice n°10**  
5 points

## Cercles magiques

Reproduire la figure ci-contre et inscrire dans les dix régions les nombres de 1 à 10 de telle sorte qu'à l'intérieur des quatre cercles on ait la même somme.



**exercice n°11**  
15 points

## E comme Europe

On veut découper une lettre **E** constituée de dix carreaux de côté 1 pour pouvoir former un carré avec toutes les pièces obtenues.

Calculer le côté de ce carré.

Redessiner la lettre **E** en choisissant une unité assez grande.

Découper alors cette lettre et coller le puzzle carré reconstitué sur la feuille-réponse.



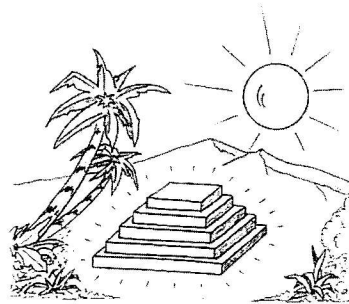
**exercice n°12**  
10 points

## Passé brillant

Au nord-est de MEXICO (Mexique), le site archéologique de TEOTIHUACAN présente aux visiteurs des monuments élevés à la gloire de divinités qui personnifient différentes forces de la nature selon la religion aztèque. L'un d'entre eux est la "pyramide du soleil", constitué par un empilement régulier de parallélépipèdes à base carrée dont la surface extérieure visible est dorée.

Description du monument :

- La base du monument est un carré de 10 m de côté, son sommet un carré de 4 m de côté, la hauteur du monument est de 5 m.
  - Les parallélépipèdes ont tous la même hauteur et les côtés de leurs faces carrées décroissent régulièrement (autrement dit, leur différence est constante).
- Calculer la surface que les Aztèques ont ainsi recouverte de plaques d'or.



# Spécial Seconde

**exercice n°13**  
5 points

## Exercice vache

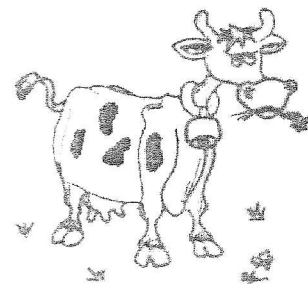
Un fermier, sentant sa fin prochaine, décide de partager son cheptel entre ses trois fils. Ce cheptel de trente vaches et soixante veaux est constitué de :

- dix vaches blanches ayant chacune trois veaux,
- dix vaches noires ayant chacune deux veaux,
- dix vaches rousses ayant chacune un veau.

Le fermier définit alors les conditions de partage suivantes :

- Les trois fils auront le même nombre de vaches et le même nombre de veaux.
- Aucun veau ne devra être séparé de sa mère.
- Chaque fils recevra au moins une vache de chaque couleur.
- Aucun fils n'aura plus de la moitié des vaches d'une même couleur.

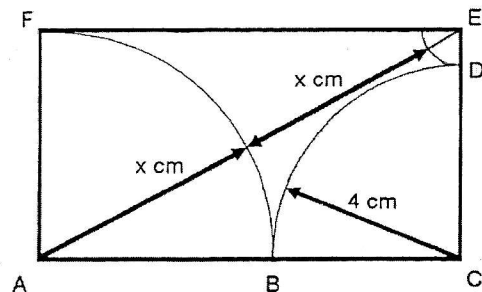
Comment peut-on effectuer ce partage ?



**exercice n°14**  
10 points

## Inconnue ?

Sur la figure ci-contre, la longueur CD égale 4 cm. Calculer la valeur exacte de x.



**exercice n°15**  
15 points

## Le papyrus Rhind

Ecrit par Ahmès vers 1650 avant J.-C., le papyrus Rhind est actuellement exposé au British Museum de Londres. Il doit son nom à M. A. Henry Rhind, un Anglais qui l'avait acheté à Louxor en 1858, avant de le revendre au British Museum.

Le problème numéro 4 du papyrus traite de la division.

Par exemple, celle de 51 par 8 est à peu près présentée comme sur le dessin.

Présenter la division de 135 par 32 suivant cette méthode.

Ecrire alors  $\frac{135}{8}$  sous la forme d'une somme d'un entier et d'inverses d'entiers.

