

# MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES



Epreuve du 18 mars 1993

- Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice.
- Rédiger des explications pour les exercices 1, 4, 8, 13. Aucune justification n'est demandée pour les autres.
- Le soin sera pris en compte.

exercice n° 1  
10 points

## Chiffres à l'appui

Rédiger en allemand, italien, anglais ou espagnol la solution de cet exercice.

Vor einigen Monaten waren luxemburgische Abgeordnete der Rivalität zwischen Straßburg und Brüssel als Sitz des europäischen Parlaments überdrüssig. Also beschlossen sie, die Hauptstadt des Großherzogtums dafür vorzuschlagen.

Sofort befragt, klassifizierten die 518 europäischen Abgeordneten die 3 Städte nach ihrer Vorliebe, mit der bevorzugten Stadt an erster Stelle.

Hier folgen die Ergebnisse dieser Umfrage:

|                                   |     |             |
|-----------------------------------|-----|-------------|
| □ Brüssel -Luxemburg - Straßburg  | 142 | Abgeordnete |
| □ Luxemburg - Straßburg - Brüssel | 116 | Abgeordnete |
| □ Straßburg - Luxemburg - Brüssel | 91  | Abgeordnete |
| □ Straßburg - Brüssel - Luxemburg | 78  | Abgeordnete |
| □ Brüssel - Straßburg - Luxemburg | 52  | Abgeordnete |
| □ Luxemburg - Brüssel - Straßburg | 39  | Abgeordnete |

Eine große luxemburgische Zeitung forderte also den Umzug des europäischen Parlaments nach Luxemburg. Sie stützte sich auf die Tatsache, daß eine Mehrheit der Abgeordneten Luxemburg Straßburg vorzog.

Zeige daß dieses Argument begründet war!

Zeige anschließend, wie man mit den Ergebnissen derselben Umfrage zuerst die Brüsseler, dann die Straßburger Kandidatur rechtfertigen könnte!

Qualche mese fa, i deputati lussemburghesi, sfiniti dalla rivalità fra Strasburgo e Bruxelles sulla questione della sede del Parlamento Europeo, avevano deciso di candidare la città di Lussemburgo.

Immediatamente consultati, i 518 deputati europei avevano classificato le tre città in ordine di preferenza decrescente.

Ecco i risultati dello scrutinio:

|  |     |          |
|--|-----|----------|
| □ Bruxelles - Lussemburgo - Strasburgo | 142 | deputati |
| □ Lussemburgo - Strasburgo - Bruxelles | 116 | deputati |
| □ Strasburgo - Lussemburgo - Bruxelles | 91  | deputati |
| □ Strasburgo - Bruxelles - Lussemburgo | 78  | deputati |
| □ Bruxelles - Strasburgo - Lussemburgo | 52  | deputati |
| □ Lussemburgo - Bruxelles - Strasburgo | 39  | deputati |

Un importante giornale lussemburghese esigè quindi il trasferimento della sede del Parlamento Europeo a Lussemburgo, arguendo che una maggioranza di deputati preferiva Lussemburgo a Strasburgo.

Dimostra che quest'argomento era fondato.

Dimostra poi come si poteva lo stesso difendere con i risultati dello stesso scrutinio la candidatura di Bruxelles e quindi quella di Strasburgo.

*N.B. Cet épisode de politique-fiction est purement imaginaire: le récent sommet d'Edimbourg a confirmé Strasbourg dans son rôle de siège du Parlement Européen.*

A few months ago, the Luxemburg Euro MP's, exasperated by the rivalry between Strasbourg and Brussels over the issue of the European Parliament's seat decided to submit the application of the Gran Duchy's capitale.

Immediately consulted upon the matter, the 518 Euro MP's ranked the 3 cities in order of decreasing preference.

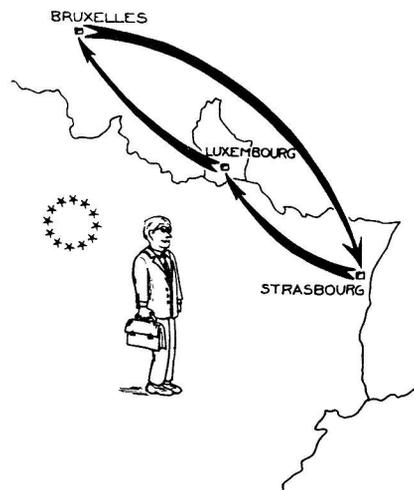
Here are the results of the ballot:

|                                     |     |      |
|-------------------------------------|-----|------|
| □ Brussels - Luxemburg - Strasbourg | 142 | MP's |
| □ Luxemburg - Strasbourg - Brussels | 116 | MP's |
| □ Strasbourg - Luxemburg - Brussels | 91  | MP's |
| □ Strasbourg - Brussels - Luxemburg | 78  | MP's |
| □ Brussels - Strasbourg - Luxemburg | 52  | MP's |
| □ Luxemburg - Brussels - Strasbourg | 39  | MP's |

A famous Luxemburg newspaper insisted that the European Parliament's seat be transferred to Luxemburg, putting forward the fact that a majority of Euro MP's preferred Luxemburg to Strasbourg.

Show that this argument was well-founded.

Show then how, with the results of the same ballot, one could as well support the application of Brussels then that of Strasbourg.



Hace algunos meses, los diputados luxemburgueses, hartos de la rivalidad entre Estrasburgo y Bruselas a propósito de la sede del Parlamento Europeo, habían decido presentar la candidatura de la capital del Gran-Ducado.

Inmediatamente consultados, los 518 diputados europeos habían clasificado las tres ciudades por orden de preferencia decrescente.

Éstos son los resultados del voto:

|                                       |     |           |
|---------------------------------------|-----|-----------|
| □ Bruselas - Luxemburgo - Estrasburgo | 142 | diputados |
| □ Luxemburgo - Estrasburgo - Bruselas | 116 | diputados |
| □ Estrasburgo - Luxemburgo - Bruselas | 91  | diputados |
| □ Estrasburgo - Bruselas - Luxemburgo | 78  | diputados |
| □ Bruselas - Estrasburgo - Luxemburgo | 52  | diputados |
| □ Luxemburgo - Bruselas - Estrasburgo | 39  | diputados |

Un gran periódico luxemburgués exigió entonces la transferencia de la sede del Parlamento Europeo a Luxemburgo, pretextando que una mayoría de diputados preferían Luxemburgo a Estrasburgo.

Mostrar que este argumento es valioso.

Mostrar luego cómo se podía también defender con los resultados del mismo voto la candidatura de Bruselas y después la de Estrasburgo.

**exercice n° 2**  
**5 points**

## On dépasse les bornes

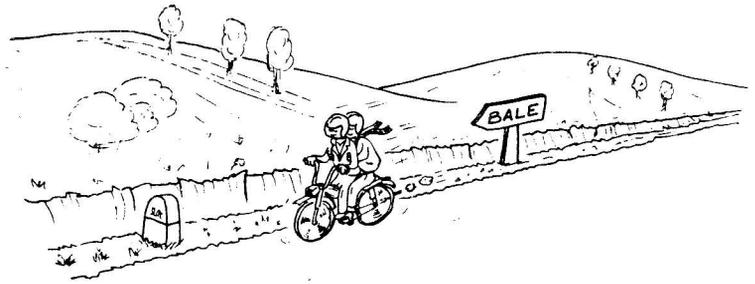
Sur son scooter, Prosper quitte Strasbourg avec Zazie en empruntant la Départementale 468 en direction de Bâle; ils roulent à vitesse constante.

Peu après leur départ, ils passent à côté d'une borne kilométrique qui porte deux chiffres.

Une heure plus tard, ils croisent une borne kilométrique qui porte les deux mêmes chiffres, mais intervertis.

Une heure plus tard enfin, toujours sur la D 468, ils croisent une autre borne kilométrique, portant encore les mêmes chiffres, mais séparés par un zéro.

Quelle est la vitesse du scooter?



**exercice n° 3**  
**10 points**

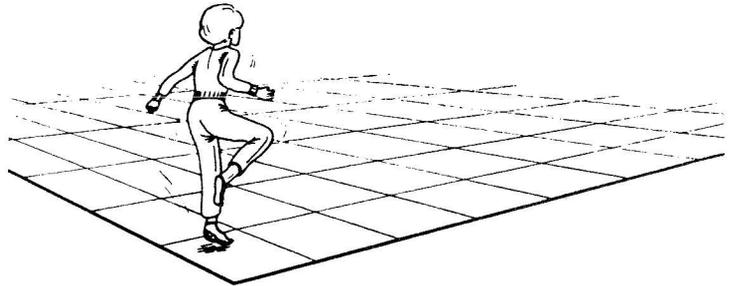
## Des dalles

La place du Marché est déserte. C'est un rectangle recouvert de dalles carrées.

"Quelle magnifique marelle, se dit Victorien. Il y a 120 dalles en longueur et 45 en largeur."

Victorien veut se rendre d'un coin de la place au coin opposé en suivant une diagonale. Il décide de poser un pied sur chaque dalle traversée par cette diagonale, et sur aucune autre.

Sur combien de dalles Victorien aura-t-il marché?



**exercice n° 4**  
**5 points**

## Réussite

Les atouts d'un jeu de Tarots sont numérotés de 1 à 21. Ces cartes sont alignées sur une table dans cet ordre, toutes les images étant cachées. On passe alors vingt-et-une fois en revue ces vingt-et-une cartes, toujours dans cet ordre.

- Au premier tour, on retourne toutes les cartes.
- Au deuxième tour, on retourne la deuxième, la quatrième, la sixième etc..., soit toutes les cartes de numéro pair. Seules les images des autres resteront donc visibles.
- Au troisième tour, on retourne la troisième, la sixième, la neuvième etc..., soit toutes les cartes dont le numéro est multiple de trois.
- Au quatrième tour, on retourne toutes les cartes dont le numéro est multiple de quatre.

Et ainsi de suite....

Combien de fois la carte numéro 20 sera-t-elle manipulée au cours de ces vingt-et-un tours? Expliquer.

Quels sont les numéros des cartes qui présenteront leur image au terme de cette réussite?

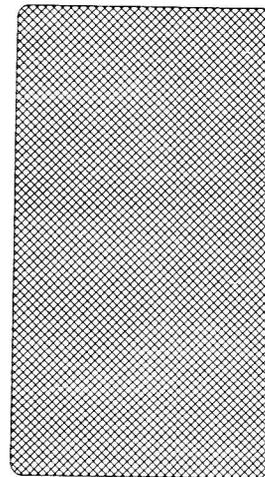


IMAGE CACHEE



IMAGE VISIBLE

**exercice n° 5**  
**10 points**

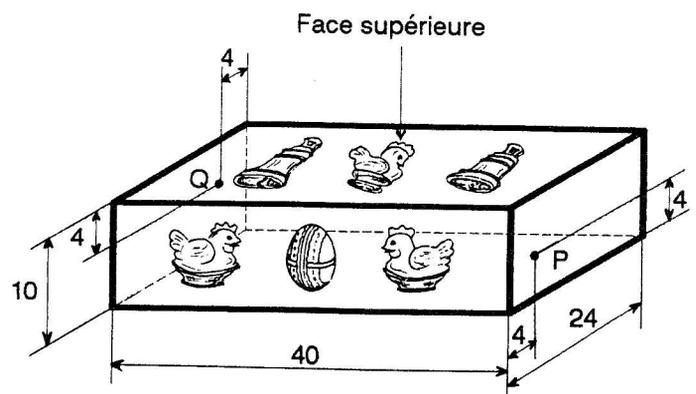
## Joyeuses Pâques!

Pour les fêtes de Pâques, une chocolaterie propose un assortiment de cloches, oeufs, lapins en chocolat dans une boîte parallélépipédique de dimensions en cm: 40 x 24 x 10.

Dans un souci de présentation, on place sur la boîte un ruban qui doit passer sur la face supérieure et d'extrémités fixées en deux points P et Q de deux faces latérales opposées (voir la figure ci-contre).

Représenter sur un patron de la boîte à l'échelle 1/4 la position du ruban le plus court qui satisfait aux conditions précédentes et coller ce patron sur la feuille-réponse.

Donner la longueur exacte de ce ruban.



**exercice n° 6**  
5 points

## Recette d'antan

Lorsqu'on effectue la multiplication  $309\ 216 \times 816\ 423$  sur une calculatrice scientifique, elle donne le résultat approché:

$$2,52451 \times 10^{11}$$

On peut cependant calculer le résultat exact en adoptant une disposition de la multiplication connue depuis le Moyen-Age et exposée ci-contre.

Présenter suivant la même disposition la multiplication:

$$119\ 152\ 601 \times 932\ 511$$

et donner la valeur exacte du produit.

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
|     | 309 | 216 | ×   |     |
|     | 252 | 176 |     | 816 |
|     | 144 | 256 |     |     |
|     | 130 | 91  |     | 423 |
|     | 707 | 368 |     |     |
| 252 | 451 | 054 | 368 |     |

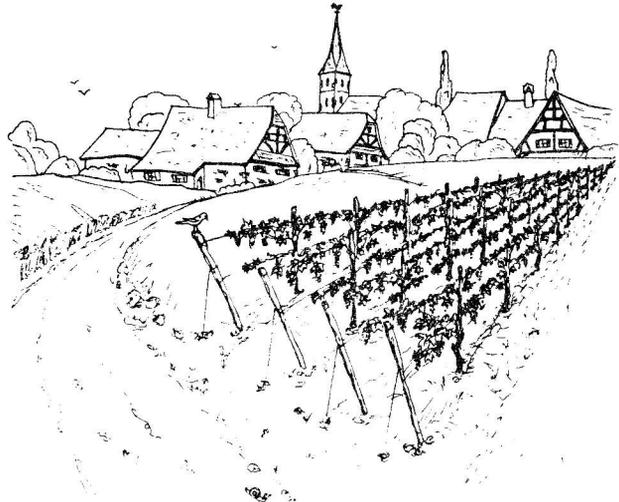
**exercice n° 7**  
10 points

## La vigne d'Amédée

Le 18 mars 93, Amédée Pythagoras, vigneron farceur, propose à son neveu Victorien l'énigme suivante:

"Ma pièce de vigne a la forme d'un triangle rectangle. Les longueurs de ses trois côtés, mesurées en toises, sont des nombres entiers à deux chiffres; le chiffre des dizaines est le même pour les trois côtés."

Trouver les dimensions de la vigne de l'oncle Amédée.



**exercice n° 8**  
5 points

## Vitesse de croisière

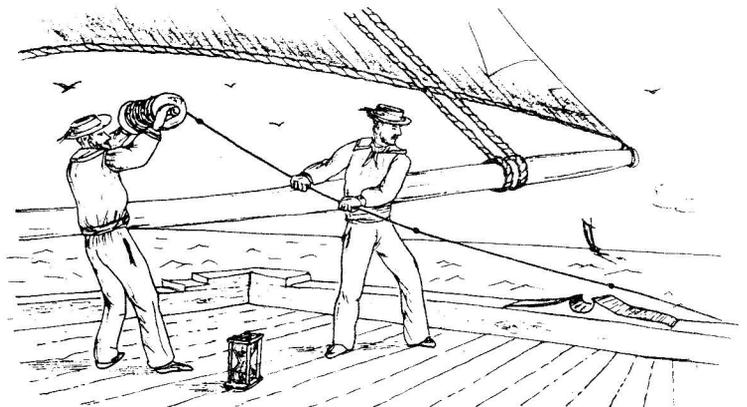
Autrefois, on mesurait la vitesse d'un navire à l'aide d'un dispositif appelé loch.

Ce dispositif est constitué d'une pièce de bois triangulaire, lestée en un de ses sommets, appelée "bateau de loch", attachée à une corde comportant des noeuds régulièrement espacés. La distance entre deux noeuds consécutifs est la 120<sup>ème</sup> partie du mille marin.

Un marin jette le "bateau de loch" à la mer, la corde se déroule dans sa main tandis que le "bateau de loch" reste là où il l'a jeté.

La vitesse du navire exprimée en noeuds est alors le nombre de noeuds passés dans sa main en une demi-minute.

Un navire file 20 noeuds. Déterminer sa vitesse en milles à l'heure en expliquant le calcul.

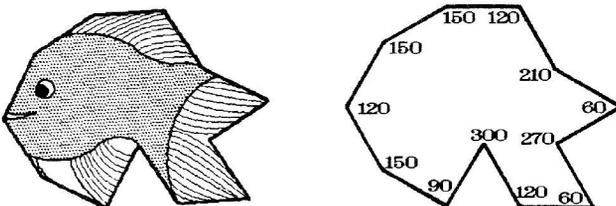


**exercice n° 9**  
10 points

## Poissons d'avril

L'entreprise de pavage "MOSAIC S.A." a beaucoup de succès avec les "POISSONS AUTOBLOCCANTS":

Les pavés sont des polygones dont tous les côtés ont la même longueur, et dont les angles en degrés sont donnés sur la figure ci-dessous:



Construire le poisson à partir de triangles équilatéraux et de carrés de côtés 15 mm.

Le reproduire en 12 exemplaires. Montrer comment on peut les assembler pour recouvrir une surface, en les collant sur la feuille-réponse.

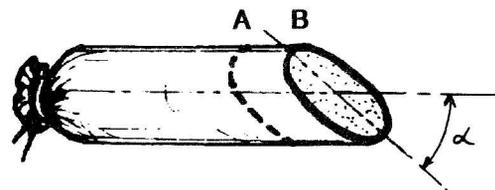
Distinguer les 12 poissons en utilisant trois couleurs différentes.

**exercice n° 10**  
5 points

## A table!

"Tu as faim, ma parole!", dit Zazie en voyant son oncle couper en biais une épaisse rondelle de salami.

"Je te fais cadeau de cette rondelle de salami si tu devines la forme du développement de la peau qui l'entoure!", réplique l'oncle Amédée.



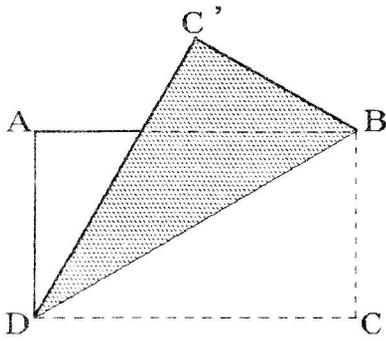
La rondelle a des sections parallèles; l'angle  $\alpha$  est d'environ  $45^\circ$ .

Après avoir coupé la peau de cette rondelle de salami selon AB, on la déroule et on l'aplatit sur la table.

Dessiner sur la feuille-réponse la forme approximative de la surface plane ainsi obtenue.

**exercice n° 11**  
10 points

## Le pli impeccable



On a plié un rectangle de papier ABCD suivant sa diagonale BD. On remarque alors que :

$$AC' = AD = BC'$$

Sachant que la largeur du rectangle est de 5 cm, donner sa longueur exacte.

**exercice n° 12**  
15 points

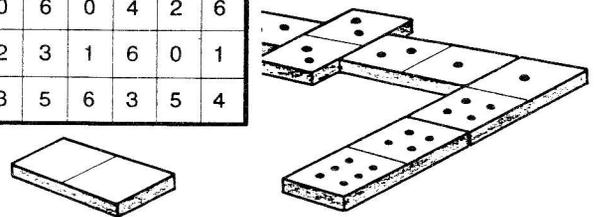
## Sans Frontières

La figure ci-dessous représente les 28 pièces d'un jeu de dominos, toutes différentes, rangées dans une boîte rectangulaire.

Les contours des dominos ne sont pas indiqués. Les points des dominos sont remplacés par les nombres qu'ils représentent, le nombre 0 indiquant l'absence de point.

Agrandir, sur la feuille-réponse, la grille ci-dessous et dessiner les contours de tous les dominos.

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 3 | 6 | 3 | 0 | 5 |
| 1 | 3 | 1 | 5 | 6 | 2 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 5 | 4 | 4 | 5 | 2 | 5 |
| 4 | 1 | 5 | 2 | 3 | 6 | 2 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 6 | 0 | 4 | 2 | 6 |
| 0 | 4 | 2 | 3 | 1 | 6 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 3 | 5 | 6 | 3 | 5 | 4 |

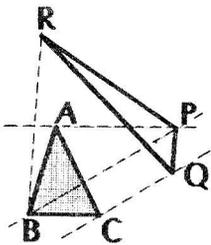


# SPECIAL SECONDE

**exercice n° 13**  
5 points

## Géométrie variable

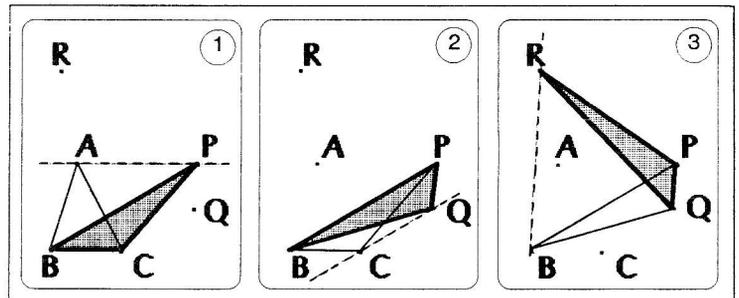
Les deux triangles ABC et PQR sont tracés sur la figure ci-dessous de façon que :



- (AP) soit parallèle à (BC)
- (CQ) soit parallèle à (BP)
- (BR) soit parallèle à (PQ)

La bande dessinée ci-contre permet de comprendre que les triangles ABC et PQR ont la même aire.

Expliquer pourquoi.

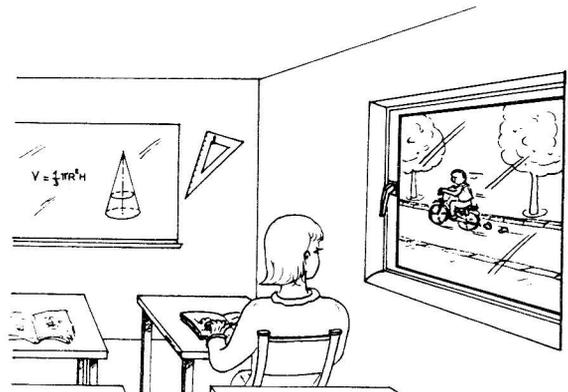


**exercice n° 14**  
10 points

## Rêverie...

La leçon s'achève. Le regard tourné vers la fenêtre, Zazie voit son copain Prosper passer à scooter pendant 2 secondes. Quelle vitesse peut-il avoir, se demande-t-elle?

Renseigner Zazie, sachant qu'elle est assise à 1 m de la fenêtre, que cette fenêtre a 1 m de large, enfin que la rue longe le lycée à 25 m de la façade.



**exercice n° 15**  
15 points

## Pas habituel

Pour traverser un centre commercial, Victorien emprunte un trottoir roulant, sur lequel il marche, de son pas habituel, pour gagner du temps. Il va ainsi d'une extrémité à l'autre de ce trottoir en 1 min 12 s.

Un jour, il fait l'expérience de remonter ce trottoir à contre-sens, en marchant toujours de son pas habituel. Il lui faut 6 min pour y parvenir.

Le lendemain, le trottoir roulant est en panne.

Combien de temps Victorien met-il alors pour aller d'une extrémité du trottoir roulant à l'autre en se déplaçant, bien sûr, de son pas habituel?

