

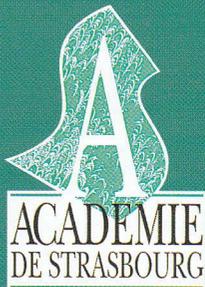
**1996**  
Compétition  
interclasses  
de 3<sup>e</sup> et 2<sup>de</sup>

# Mathématiques sans frontières

organisée par  
**l'IREM et l'Inspection  
Pédagogique Régionale**

Coordination générale :  
**Mathématiques  
sans frontières**

6, rue de la Toussaint  
67081 Strasbourg Cedex  
Fax : 88 23 38 76



# ÉPREUVE D'ENTRAÎNEMENT - DÉCEMBRE 1995

Les exercices n° 4, 6 et 7 ne nécessitent aucune justification. Pour les autres, des explications sont demandées. Toute solution, même partielle, sera examinée. **Le soin sera pris en compte.** Ne prendre qu'une seule feuille-réponse par exercice.



**Exercice 1**  
10 Points

## Sulière et sacrier

Solution à rédiger en allemand, anglais, italien ou espagnol.

In Pauls Küche steht eine Zuckerdose neben einer Salzdose.

Beide Dosen haben dieselbe Größe, dieselbe Form und beide sind gleich hoch gefüllt.

Paul, der kleine Schelm, holt einen vollen Löffel Zucker aus der Zuckerdose heraus, leert ihn in die Salzdose und mischt beide fleißig.

Da hört er seine Mutter kommen. Schnell gießt er einen Löffel dieser Mischung in die Zuckerdose zurück, sodaß die beiden Dosen wieder gleich gefüllt sind.

**Ist nun mehr Salz in der Zuckerdose als Zucker in der Salzdose ? Erkläre Deine Antwort.**

.....

In Paul's kitchen a sugar bowl and a salt bowl are placed side by side. These two containers have the same size, the same shape and their contents reach the same level.

Paul, who is a bit of joker, takes a full spoon of sugar from the sugar bowl and puts it into the salt bowl. Then he mixes the whole.

On hearing his mother's coming, quickly he puts a spoon of this mixture in the sugar bowl, in order to have the same level in each of the containers.

**Is there now more salt in the sugar bowl than sugar in the salt bowl ? Explain your answer.**

.....

Nella cucina di Paolo ci sono una zuccheriera e una saliera poste una di fianco all'altra. I due recipienti sono di uguale forma, uguale misura e uguale livello di contenuto.

Paolo che è un bricconcello preleva una cucchiata di zucchero, la versa nella saliera e mescola ben bene.

Sentendo arrivare la mamma, si affretta a travasare una cucchiata del miscuglio dalla saliera nella zuccheriera per ristabilire lo stesso livello nei due recipienti.

**Di conseguenza, c'è più sale nella zuccheriera che zucchero nella saliera ? Si spieghi la risposta.**

.....

En la cocina de Pablo, una azucarera y un salero están puestos uno al lado del otro.

Estos dos recipientes tienen el mismo tamaño, la misma forma y sus contenidos alcanzan el mismo nivel.

Pablo, que no es muy serio, saca una cucharada de azúcar de la azucarera, la hecha en el salero y mezcla bien.

Cuando escucha llegar a su madre, él se apresura para reembazar una cucharada de la mezcla en la azucarera para reestablecer el mismo nivel en los dos recipientes.

**¿ En este momento, hay más sal en la azucarera que azúcar en el salero ? Explique su respuesta.**

**Exercice 2**  
5 Points

## Dés faux



Sur un dé à jouer, représenté ci-contre, chaque face porte des points de un à six et la somme des points marqués sur des faces opposées est toujours égale à sept.

En voulant le représenter dans d'autres positions, notre dessinateur s'est trompé plusieurs fois.

**Décrire les anomalies qui apparaissent.**



A



C



D



F



B



E

**Exercice 3**  
10 Points

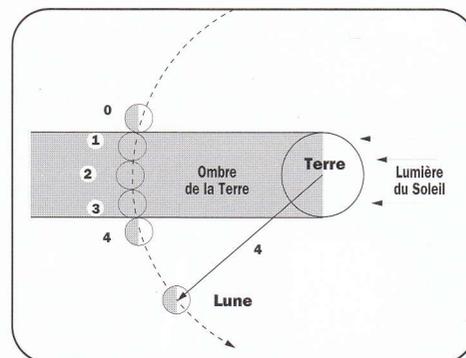
## De la Terre à la Lune

Au 3<sup>e</sup> siècle avant Jésus-Christ, Aristarque de Samos a donné une assez bonne approximation du diamètre lunaire à partir de l'observation d'une éclipse de Lune.

En regardant la Lune quand elle pénètre dans l'ombre de la Terre, il a mesuré qu'elle parcourt en une heure une distance égale à son diamètre (voir positions 0-1 de la figure). Elle traverse ensuite cette ombre en deux heures environ (de 1 à 3).

Aristarque en a déduit que le diamètre de la Lune est à peu près égal au tiers du diamètre terrestre.

**En admettant que la Lune décrit à vitesse constante un cercle autour de la Terre en 27 jours, utiliser ces observations pour donner une estimation de la distance de la Terre à la Lune en nombre de diamètres terrestres.**



Exercice 4  
5 Points

## Canards déchainés

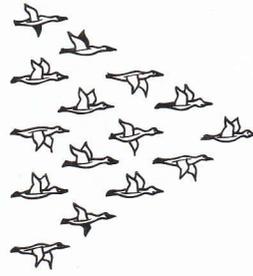
"Mazette, se dit Antoine, comme ils sont disciplinés ! Ce sont entre 100 et 150 canards qui suivent leur chef d'escadrille en formation impeccable."

Antoine observe un vol de canards qui se déplacent vers le sud, disposés en un triangle équilatéral comme ci-contre.

Mais avant qu'il n'ait eu le temps de les compter, le bang d'un avion supersonique provoque le désordre.

Après ce court moment d'affolement, tous les canards se regroupent en deux nouveaux triangles équilatéraux, l'un contenant à peu près le double du nombre de canards de l'autre.

Combien y a-t-il de canards dans chacun des trois triangles ?

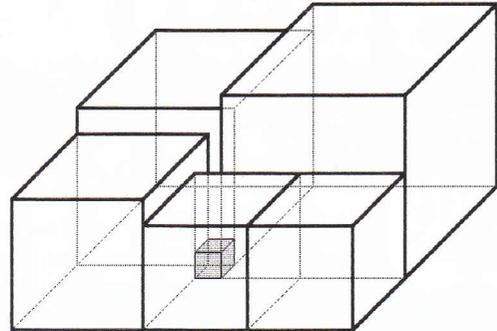


Exercice 5  
10 Points

## Gros cubes

On a coincé un petit cube d'un  $\text{cm}^3$  entre des gros cubes.

Calculer le volume du plus gros cube.



Exercice 6  
5 Points

## Foot sans frontières

Luis veut organiser un championnat de football entre des équipes de 8 nations européennes : l'Allemagne, la Belgique, l'Écosse, la France, la Hongrie, l'Italie, la Pologne et la Suisse.

Ce championnat se déroulera en 7 journées. A chaque journée, les 8 équipes se rencontreront deux à deux : il y aura 4 matches.

Au cours de cette compétition, chaque équipe devra jouer contre chacune des 7 autres une seule fois.

Donner à Luis une organisation possible de ce championnat.



Exercice 7  
10 Points

## A petits pas

Ariane, Bacchus, Chloé et Daphnis sont quatre tortues disposées dans cet ordre aux quatre sommets d'un carré de 4 mètres de côté.

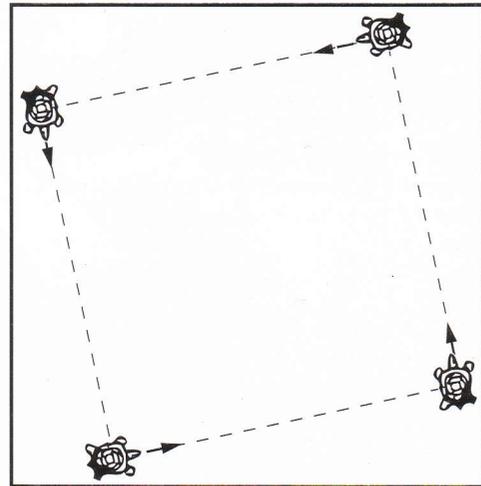
Ariane est attirée par Bacchus, Bacchus par Chloé,

Chloé par Daphnis et Daphnis par Ariane. Les tortues avancent à la vitesse constante de 40 centimètres par minute.

Au départ, chacune vise sa préférée, puis avance en gardant ce cap pendant une demi-minute.

Toutes les 30 secondes, les tortues lèvent la tête, réajustent leurs caps et reprennent leurs cheminements.

Tracer sur la feuille-réponse, à l'échelle 1/20, les trajectoires des quatre tortues pendant les 9 premières minutes de leur ballet.



Exercice 8  
5 Points

## Arrêt sur image

Alain et Bernard sont assis sur le télésiège quand celui-ci tombe en panne pendant quelques instants.

Enfin arrivé au sommet, Bernard fait remarquer à Alain que pendant la panne, il était assis sur le siège n° 248 et

qu'il se trouvait à côté du siège n° 279. Alain lui répond qu'au même moment, il occupait le n° 95 et qu'il était arrêté à côté du n° 72.

Bien sûr, les sièges, régulièrement espacés sur le câble, sont numérotés dans l'ordre à partir du n° 1.

Combien ce télésiège comporte-t-il de sièges en tout ? Expliquez.



Exercice 9  
10 Points

## Trisection

La trisection d'un angle, c'est son partage en 3 angles égaux ; cela n'est pas possible dans le cas général avec la règle et le compas.

Pourtant, l'instrument ci-contre, décrit en 1835 dans "Géométrie appliquée dans l'industrie", permet effectivement cette opération.

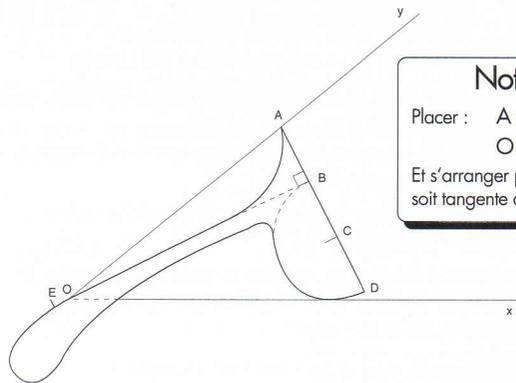
Les points A, B, C et D sont alignés, les segments AB, BC et CD mesurent tous 3 centimètres. Le segment BD est le diamètre du demi-cercle. (BE) est perpendiculaire à (AD).

Pour trisecter un angle  $\widehat{xOy}$ , on place l'instrument comme indiqué sur la figure.

Dessiner un angle  $\widehat{xOy}$  de  $50^\circ$  sur la feuille-réponse.

Fabriquer un trisecteur en papier et le coller dans la bonne position.

Démontrer alors l'égalité des angles  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$  et  $\widehat{COx}$ .



### Notice

Placer : A sur [Oy]

O sur [BE]

Et s'arranger pour que [Ox] soit tangente au demi-cercle.

Exercice 10  
15 Points

## Aire de famille

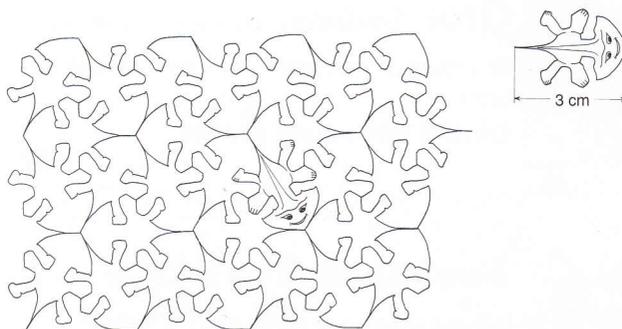
L'image ci-contre représente un nid de reptiles d'une espèce rare : le "lacertus planus gregaris".

Ils sont plats, ils ont tous exactement la même silhouette, la même taille, et la propriété

remarquable de pouvoir s'assembler sans laisser d'interstice.

L'individu qui a ouvert les yeux mesure exactement 3 centimètres de la pointe de son menton à l'extrémité de sa queue effilée.

Calculer l'aire de ce sympathique spécimen.



## SPÉCIAL SECONDE

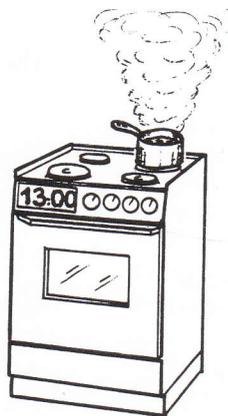
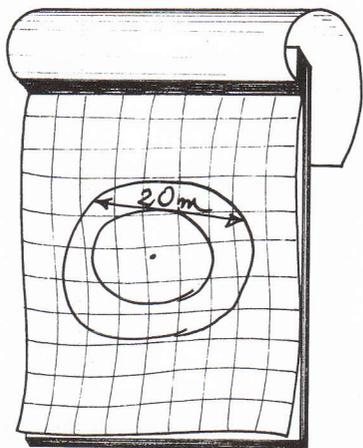
Exercice 11  
5 Points

## Croquis sommaire

Un entrepreneur reçoit une demande pour la pose d'un revêtement de sol dans le couloir circulaire du lycée de la Couronne.

A cette demande est joint le croquis ci-dessous, hâtivement tracé.

Calculer, au centime près, le prix du revêtement de sol, sachant qu'un mètre carré est facturé 100 francs, toutes taxes et pose comprises.



Exercice 12  
10 Points

## A la bonne heure

Ma cuisinière est équipée d'une montre.

Lors du passage de l'heure d'été à l'heure d'hiver, cette montre indiquait exactement 1 heure de trop par rapport à la nouvelle heure.

A l'instant où elle a affiché 13 h 00, j'ai actionné l'unique bouton qui permet de la régler. Celui-ci fait se succéder les nombres de minutes au rythme de 2 changements par seconde. Lorsque l'affichage des minutes passe de 59 à 00, celui des heures est automatiquement augmenté de 1.

J'ai arrêté le réglage quand la montre a indiqué l'heure exacte à une minute près.

Quelle était alors l'heure exacte à la seconde près ?

Exercice 13  
15 Points

## Trou en formation

Un carré de 12 centimètres de côté

est découpé en 4 morceaux suivant deux droites perpendiculaires passant par son centre.

On peut disposer ces 4 morceaux de façon à obtenir un grand carré troué par un petit carré central.

Réaliser ce découpage pour que l'aire du trou central soit égale à 1/10 de celle du grand carré. Coller l'assemblage obtenu sur la feuille-réponse.

Donner la valeur exacte du côté du grand carré.

