

ACADEMIE DE STRASBOURG

Institut de Recherche de l'Enseignement des Mathématiques

Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques

6, rue de la Toussaint 67061 Strasbourg Cedex

Compétition interclasses de 3^e & 2^{de}

Mathématiques sans frontières

Epreuve du 12 mars 1998



- Les exercices n° 2, 4, 5, 8 et 9 ne nécessitent aucune justification.
- Le soin sera pris en compte
- Ne prendre qu'une feuille-réponse par exercice

exercice n° 1
10 points

Pair et gague !

Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien en un minimum de 30 mots.

Margot hält in einer Hand eine gerade Anzahl und in der anderen Hand eine ungerade Anzahl von Münzen.

"Multipliziert die Anzahl der Münzen in Eurer rechten Hand mit zwei", sagt Nicolas Chuquet zu Margot. "Sodann zählt Ihr die Anzahl der Münzen in Eurer linken Hand hinzu und nennt mir die Summe. Ich werde Euch dann sagen, in welcher Hand sich die gerade Anzahl von Münzen befindet."

Erkläre die Methode von Nicolas Chuquet.

En una mano, Margot tiene un número par de monedas, y en la otra un número impar de monedas.

Nicolas Chuquet le dice a Margot : "Multiplique usted por dos el número de monedas que tiene en la mano derecha y sume a ello el número de monedas de la mano izquierda. Dígame cuál es el total y le diré en qué mano tiene el número par de monedas."

Explica el método de Nicolas Chuquet.

Margot has got an even number of coins in one hand and an odd number of coins in the other one.

In order to find which hand the even number of coins is in, Nicolas Chuquet says :

"Multiply the number of coins of the right hand by two, add it to the number of coins of the left hand and give me the result."

Explain Nicolas Chuquet's method.



Margot ha in una mano un numero pari di monete e nell'altra un numero dispari.

Al fine di trovare in quale mano ci sia il numero pari di monete, Nicolas Chuquet afferma :

"Moltiplicate il numero delle monete della mano destra per due, aggiungetevi il numero delle monete contenute nella mano sinistra e ditemi il risultato."

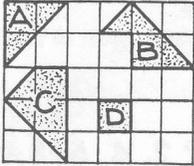
Si spieghi il metodo di Nicolas Chuquet.

exercice n° 2
5 points

Aux carrés

Etienne découpe les quatre pièces A, B, C, D du puzzle ci-dessous. Avec les trois pièces A, B, C il forme un carré. Soudain il s'exclame : " Mais on peut former un autre carré avec toutes les pièces du puzzle."

Dessiner les deux carrés ainsi formés avec le détail de leur composition.



exercice n° 4
5 points

L'abaque de Sylvestre

Voici un abaque de multiplication utilisé au dixième siècle par Gerbert d'Aurillac, qui devint pape sous le nom de Sylvestre II. Il représente la multiplication de I livre VII sols VI deniers par V. Une livre (£) valait vingt sols (s) et un sol valait douze deniers (d).

Sur le même principe, construire l'abaque de la multiplication de VII livres VII sols VII deniers par VIII.

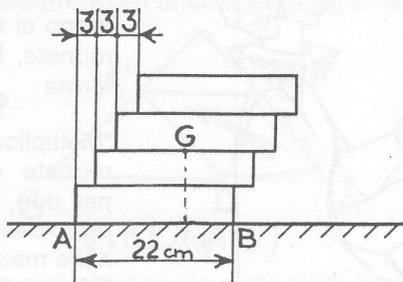
£	s	d
I	VII	VI
•••••	•••••	•••••
VI	XVII	VI
£	s	d



exercice n° 6
5 points

Pour une brique de plus

Sur un sol horizontal, Thierry empile et colle des briques parallélépipédiques toutes identiques de longueur 22 cm avec un décalage constant de 3 cm dans le sens de la longueur. Cet empilement ne tombe pas tant que le centre de symétrie G de la figure obtenue se projette orthogonalement sur le sol en un point situé entre A et B.



Quel est le nombre maximum de briques que Thierry peut ainsi empiler ? Justifier la réponse.

exercice n° 3
10 points

La coupe est pleine

Pour fêter son anniversaire, Lucas érige une pyramide de coupes. Il versera du champagne dans la coupe sommitale qui, en débordant, remplira toutes les coupes de la pyramide.

Il réalise une pyramide dont la base est un triangle équilatéral. Chaque coupe repose sur les bords deux à deux tangents de trois coupes de l'étage inférieur. Malencontreusement, il casse la coupe sommitale.

En disposant toutes les coupes restantes comme sur le dessin, il réussit à construire une pyramide à base carrée avec un étage de moins que la pyramide précédente.

Combien de coupes avait-il au début ? Justifier la réponse.



exercice n° 5
10 points

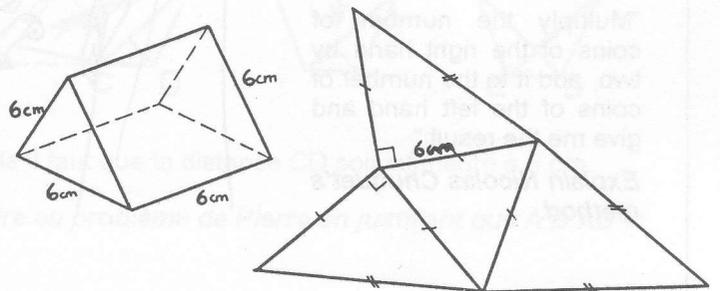
La pyramide cachée

Le volume d'une pyramide est égal au tiers du volume d'un prisme de même base et de même hauteur.

Pour vérifier expérimentalement cette propriété, on considère un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral et dont les faces latérales sont des carrés. Toutes les arêtes mesurent 6 cm. Ce prisme se décompose en trois pyramides de volume égal.

Voici le dessin en perspective d'un tel prisme et le patron de deux des trois pyramides.

Sur la feuille-réponse, dessiner en vraie grandeur le patron de la troisième pyramide.

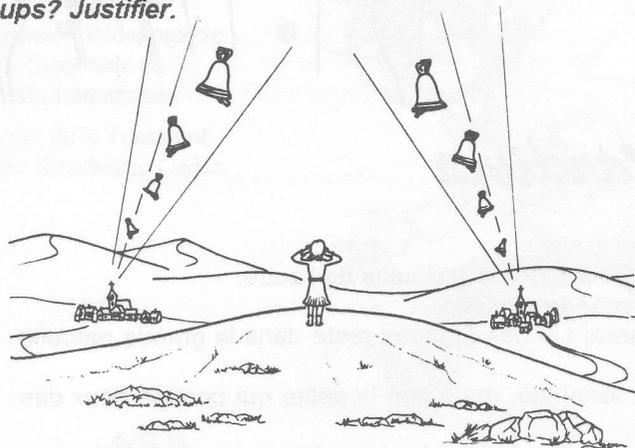


**exercice
n° 7
10 points**

Raisonnement

Marie se promène à la campagne. Elle est à la même distance des clochers de deux villages lorsque les deux cloches sonnent en même temps le premier coup de la même heure. L'une des horloges égrène les coups toutes les quatre secondes et l'autre toutes les cinq secondes. Marie ne distingue deux coups que s'ils interviennent à plus d'une seconde d'écart.

Quelle heure est-il si Marie distingue au total treize coups? Justifier.



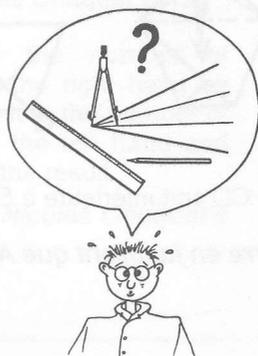
**exercice
n° 9
10 points**

**Conchoïde
de Nicomède**

La trisection d'un angle consiste à le partager en trois angles égaux. Ce problème posé par les Grecs de l'Antiquité ne peut être résolu en général à la règle et au compas seuls. Mais Nicomède, vers 150 ans av. JC a trouvé une solution géométrique qui utilise une courbe appelée conchoïde, dont voici le programme de construction :

- Tracer la grande médiane de la feuille réponse. Nommer cette droite d .
- Sur la petite médiane, placer le point A à 2 cm à gauche de d .
- Choisir un point P sur d , placer, si possible, les deux points M et M' de la droite (AP) qui sont situés à 6 cm de P. M et M' sont alors deux points de la conchoïde.
- Répéter l'étape c) en changeant la position de P sur d .

Construire point par point les deux parties aussi longues que possible de cette courbe.



**exercice
n° 8
5 points**

A sommer

Voici un carré magique : la somme des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chacune des deux diagonales est la même.



Placer ces neuf nombres dans un carré de façon que ces huit sommes précédentes, que l'on écrira, soient toutes différentes.

**exercice
n° 10
15 points**

**Trisection
d'un angle**

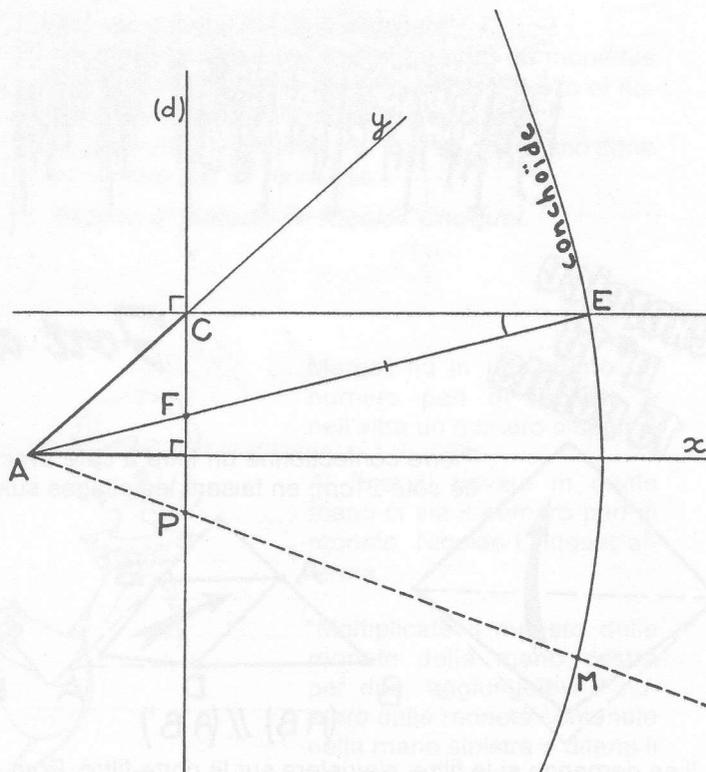
Nicomède découvrit une construction permettant de partager un angle en trois angles égaux.

Voici son procédé : on veut faire la trisection de l'angle \widehat{xAy} de la figure ci-dessous.

Pour cela on a placé un point C sur le côté [Ay], on a construit la droite (d) passant par C et perpendiculaire au côté [Ax] puis la courbe conchoïde ainsi définie: pour tout point P de (d), la demi-droite [AP] coupe la courbe en M tel que $PM = 2AC$.

La droite passant par C et perpendiculaire à d coupe la courbe en E.

Démontrer que l'angle \widehat{xAE} est le tiers de l'angle \widehat{xAy} . Il est inutile de construire la conchoïde



Spécial Seconde

exercice
n° 11
5 points

A vos masques

Pierre, Paul et Jean préparent le carnaval. Ils disposent de trois déguisements, un pour chacun : clown, pirate et fantôme.
Paul dit : "Si Jean se déguise en clown, alors je me mets en pirate.
Mais si Jean se déguise en pirate alors je m'habille en fantôme."
Pierre intervient alors :
"Si Paul ne se déguise pas en clown, alors c'est moi le pirate."



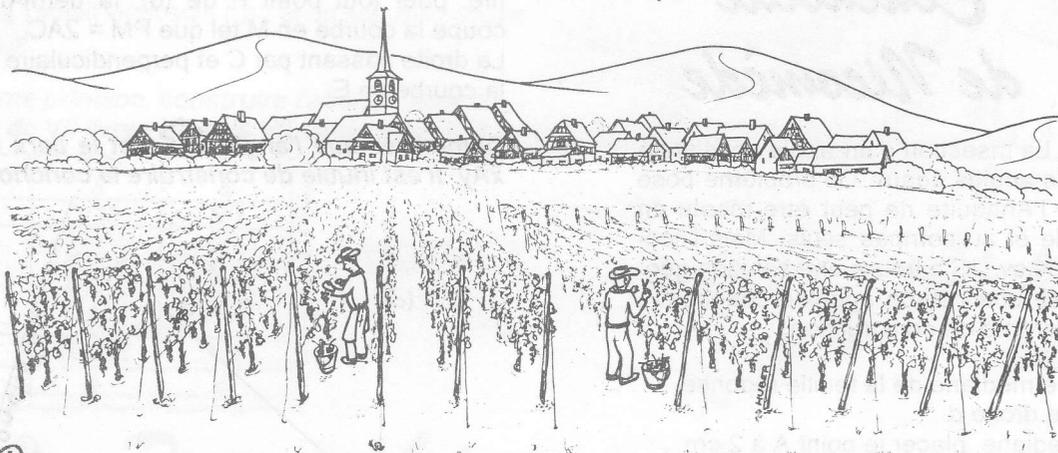
Quel est le déguisement de chacun? Expliquer.

exercice
n° 12
10 points

Vendanges tardives

Germain fait vendanger deux parcelles dont l'une a une aire double de l'autre.
Le premier jour, toute l'équipe des vendangeurs travaille sur la grande parcelle.
Pour le deuxième jour, l'équipe se scinde en deux groupes égaux. Un des groupes reste dans la grande parcelle tandis que l'autre entame la petite.
A la fin de ces deux jours, la grande parcelle est entièrement terminée, mais non la petite qui occupe deux des vendangeurs pendant toute la troisième journée.
On suppose que les vendangeurs travaillent au même rythme et que les durées des journées de travail sont égales.

Combien l'équipe compte-t-elle de vendangeurs? Justifier la réponse.

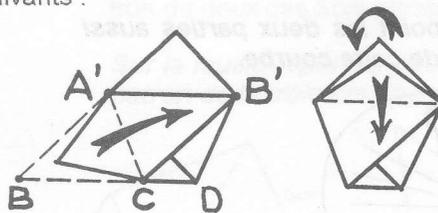
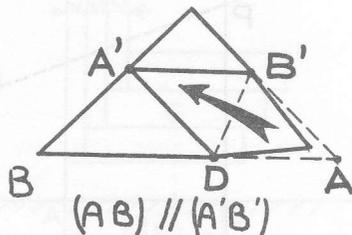
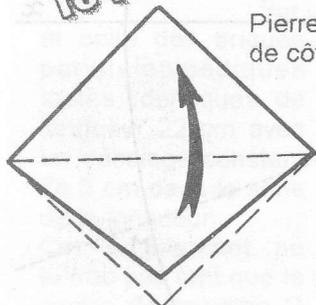


exercice
n° 13
15 points

Fort de café



Pierre confectionne un filtre à café avec une feuille de papier "essuie tout" carrée de côté 21cm, en faisant les plis suivants :



Il se demande si le filtre s'ajustera sur le porte-filtre. Pour cela il faut que la distance CD soit inférieure à 5 cm.

Réaliser et coller le filtre sur la feuille-réponse puis répondre au problème de Pierre en justifiant que $A'B'AD$ et $A'B'CB$ sont des losanges et en calculant CD.