

# Mathematik Ohne Grenzen



## Hauptwettbewerb am 7.3.2017

Mathématiques  
SANS  
Frontières

- Für jede Aufgabe, auch für nicht bearbeitete, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch fehlerhafte oder unvollständige Lösungen werden begutachtet.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mit bewertet.

Für Nicole

### Aufgabe 1 7 Punkte

## Stühlerücken

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Dans une salle de réunion, il y a neuf rangées ayant le même nombre de chaises.  
Pour la première conférence, tous les participants sont là et la salle est pleine aux deux tiers.  
Pour la deuxième conférence, seuls trois quarts des participants se sont inscrits.  
Pour éviter trop de places vides, les organisateurs veulent enlever des rangées complètes de chaises.

In una Sala Riunioni, ci sono nove file con lo stesso numero di sedie.  
Per la prima conferenza, sono presenti tutti gli iscritti e la sala è piena per due terzi.  
Per la seconda conferenza, solo tre quarti degli iscritti partecipano.  
Per evitare troppi posti vuoti, gli organizzatori desiderano togliere delle file complete di sedie.

**Combien faut-il prévoir de rangées complètes pour la deuxième conférence ? Justifier.**



**Quante file complete occorre prevedere per la seconda conferenza? Giustificate la risposta.**

En una sala de reunión, hay nueve filas con el mismo número de sillas.  
Para la primera conferencia, están todos los participantes y la sala está llena en sus dos terceras partes.

The meeting room for a conference has been set out with nine rows of chairs. There is the same number of chairs in each row.  
For the first session all of the conference delegates are

Para la segunda conferencia, sólo las tres cuartas partes de los participantes se han inscrito.  
Para evitar que haya demasiados sitios vacíos, los organizadores quieren quitar filas completas de sillas.

there and the room is two-thirds full.  
For the second session only three quarters of the delegates have signed up to attend.  
To avoid having too many empty seats the conference organisers want to remove some chairs. They will remove complete rows of chairs.

**¿Con cuántas filas completas hay que contar para la segunda conferencia? Justifica la respuesta.**

**How many complete rows of chairs should they remove and still be sure that every delegate who attends has a seat? Justify your answer.**

### Aufgabe 2 5 Punkte

## Shikaku

Nicole mag gerne japanische Denkspiele wie das Shikaku. Hierbei soll das ganze Spielfeld so in Rechtecke eingeteilt werden, dass jedes Rechteck genau eine Zahl enthält und diese Zahl angibt, wie viele Kästchen sich in dem Rechteck befinden.

**Zeichnet das Spielfeld auf kariertes Papier und tragt die Rechtecke ein. Klebt eure Zeichnung dann auf das Antwortblatt.**

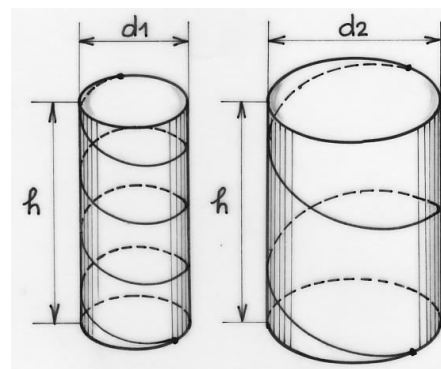
		2	4		3
8			5		2
9	2	4	9	11	10
		3	16		5
15				5	
			28		3
				1	
				2	
3					8
11					



**Aufgabe 3**  
7 Punkte

## Schief gewickelt

Um zwei zylinderförmige Säulen, die gleich hoch sind, aber verschiedene Durchmesser haben, werden zwei Girlanden so gewickelt, dass sie vom Boden bis zur Decke konstant dieselbe Steigung beibehalten. Girlande 1 weist dieselbe Steigung auf wie Girlande 2.



Welche Girlande ist länger? Begründet eure Antwort.



1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

**Aufgabe 4**  
5 Punkte

## Sagrada Familia

Am Eingang der Sagrada Familia in Barcelona befindet sich dieses Zahlenquadrat.

Die 16 Zahlen, die es enthält, sollen so in vier Gruppen zu je vier Zahlen aufgeteilt werden, dass die Summe der Zahlen in jeder Gruppe 33 ergibt.

Gebt fünf verschiedene Lösungen an. Zeichnet dazu das Quadrat fünf Mal ab und kennzeichnet jede Zahlengruppe mit einer eigenen Farbe.

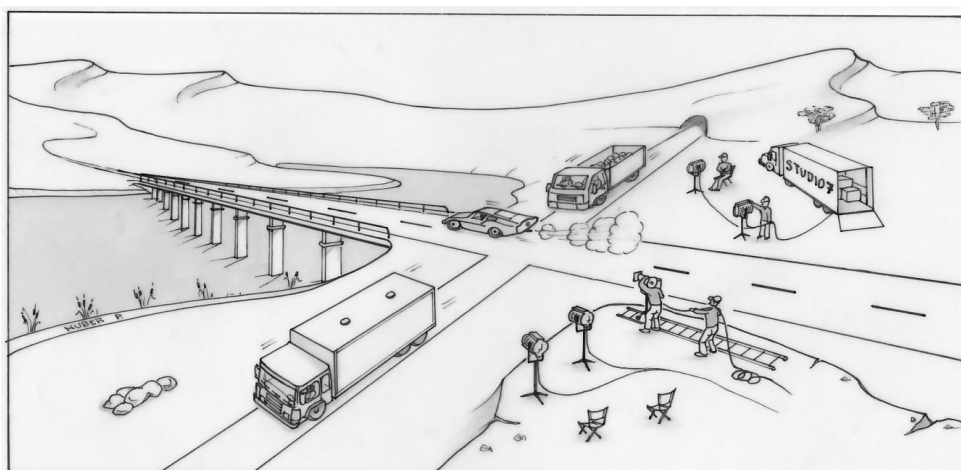
**Aufgabe 5**  
7 Punkte

## Um Haaresbreite

Bei den Dreharbeiten für eine Verfolgungsjagd soll sich ein Auto zwischen zwei Lastwagen hindurchzwängen, die im Abstand von 20 Metern hintereinander geradeaus fahren.

Die Lastwagen sind mit einer konstanten Geschwindigkeit von 90 km/h unterwegs.

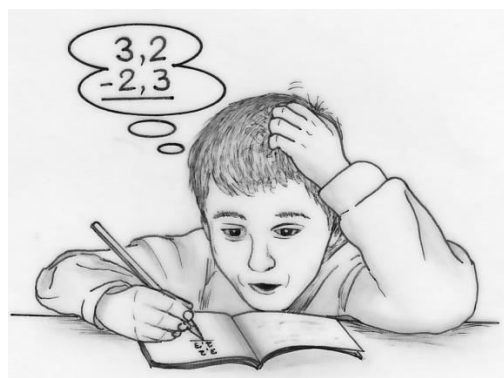
Jeder Lastwagen ist 2,50 m breit. Das Auto ist 4,70 m lang und 2 m breit. Es fährt mit konstanter Geschwindigkeit und quert die Fahrbahn der Lastwagen im rechten Winkel.



Wie schnell muss das Auto mindestens fahren, damit die Szene unfallfrei gedreht werden kann?

**Aufgabe 6**  
5 Punkte

## Verflixte Liste!



Simon erstellt eine Zahlenliste. Er beginnt mit der Zahl 3,2. Um die nächste Zahl zu erhalten, geht er folgendermaßen vor:

Er vertauscht die Einerstelle mit der Nachkommastelle (aus 3,2 wird 2,3) und subtrahiert die kleinere von der größeren Zahl ( $3,2 - 2,3 = 0,9$ ).

Mit dem Ergebnis verfährt er wieder genauso und so fort. So erhält er eine Zahl nach der anderen.

Die ersten drei Zahlen seiner Liste sind 3,2; 0,9 und 8,1.

Welches ist die 38. Zahl auf Simons Liste? Wie kann man sie finden, ohne alle vorhergehenden Zahlen aufzuschreiben? Welches ist die 2017. Zahl auf der Liste?

**Aufgabe 7**  
7 Punkte

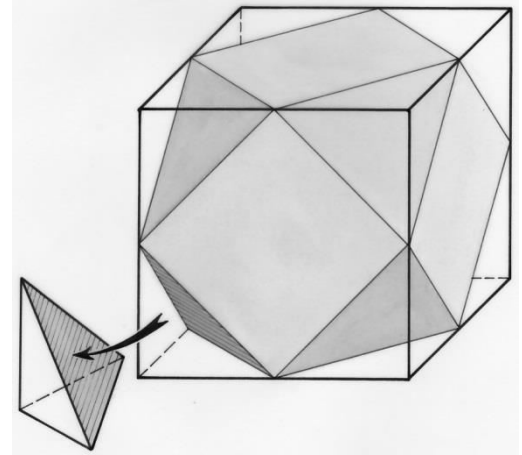
# Kuboktaeder

Gegeben ist ein Würfel der Kantenlänge  $c$ . Auf jeder Seitenfläche wird durch Verbinden der Kantenmittelpunkte ein Quadrat eingezeichnet. So entstehen acht Pyramiden, an jeder Ecke des Würfels eine. Entfernt man sie, erhält man einen neuen Körper, ein konvexes Polyeder, das Kuboktaeder genannt wird.

Die Mathematiker Euler und Descartes haben gezeigt, dass für jedes konvexe Polyeder die Gleichung

$$e + f - k = 2 \text{ gilt.}$$

Hierbei bezeichnet  $e$  die Anzahl der Ecken,  $f$  die Anzahl der Seitenflächen und  $k$  die Anzahl der Kanten.

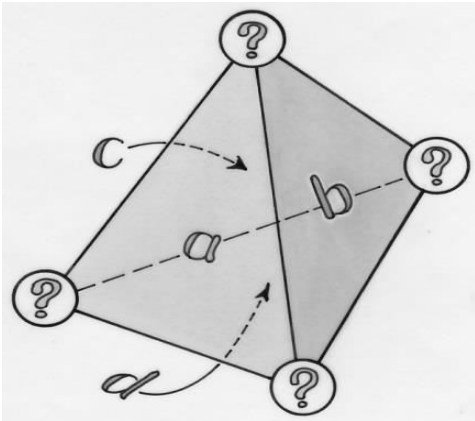


**Bestätigt, dass diese Gleichung im Kuboktaeder erfüllt ist. Berechnet das Volumen des Kuboktaeders in Abhängigkeit von  $c$ .**

Ein **Polyeder** (Vielflächner) ist ein geometrischer Körper, dessen Oberfläche aus ebenen Vielecken besteht. Ein Polyeder heißt **konvex**, wenn die Verbindungsstrecke von je zwei Punkten des Polyeders nicht außerhalb des Polyeders verläuft.

**Aufgabe 8**  
5 Punkte

# Eckenrechnen



Auf den vier Seitenflächen eines Tetraeders stehen vier natürliche Zahlen  $a, b, c$  und  $d$ .

An jeder Ecke des Tetraeders steht das Produkt der drei Zahlen, welche sich auf den Seitenflächen befinden, die an diese Ecke angrenzen.

Das Produkt der vier Zahlen an den Ecken ergibt 27 000.

**Welche vier Zahlen stehen auf den Seitenflächen des Tetraeders?**

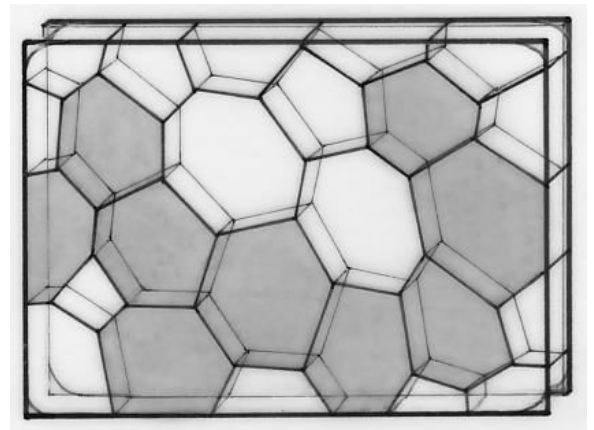
**Aufgabe 9**  
7 Punkte

# Seifenblasen

Wenn man Seifenblasen zwischen zwei parallelen Glasplatten einfängt, kann man sehen, dass sie meist konvexe Sechsecke bilden.

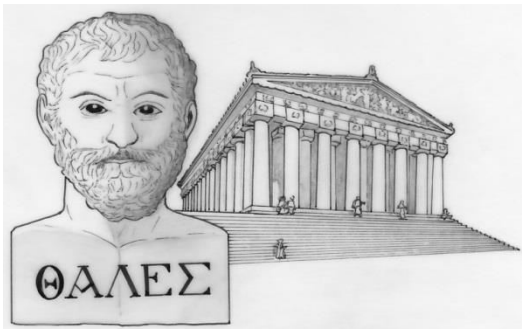
**Konstruiert ein Sechseck, so dass**

- alle Winkel  $120^\circ$  betragen.
- die Seiten 2, 4, 6, 8, 10 und 12 cm lang sind.



**Aufgabe 10**  
10 Punkte

# Strahlend!



Zeichnet ein gleichschenkliges Dreieck  $ABD$ , so dass

$$\overline{AB} = \overline{AD} = 1 \text{ gilt.}$$

Zeichnet auf der Strecke  $AB$  einen Punkt  $C$  ein, der von  $A$  und  $B$  verschieden ist.

Zeichnet durch den Punkt  $B$  eine Parallele zur Strecke  $CD$  ein. Sie schneidet die Halbgerade, die vom Punkt  $A$  ausgehend in Richtung  $D$  und weiter verläuft, im Punkt  $E$ .

**Zeigt, dass für die Streckenlängen gilt:  $\overline{AE} = \frac{1}{\overline{AC}}$ .**

**Zeichnet das Dreieck  $ABD$  und den Punkt  $C$  nochmals.**

**Wie kann man zeichnerisch den Punkt  $F$  ermitteln, so dass  $\overline{AF} = (\overline{AC})^2$  gilt? Begründet eure Antwort.**

Schon vor über 2000 Jahren hat sich Thales von Milet die Strahlensätze zunutze gemacht.

**Aufgabe 11**  
5 Punkte

## Kopf oder Zahl?

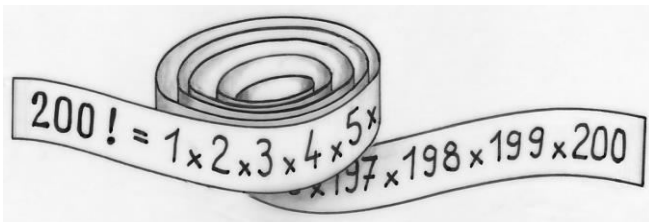
Karina und Zlatan spielen Kopf oder Zahl mit einer Münze. Zu Beginn des Spiels haben beide fünf Bonbons. Die Münze wird geworfen. Zeigt sie *Kopf*, erhält Karina ein Bonbon von Zlatan. Zeigt sie *Zahl*, erhält Zlatan ein Bonbon von Karina. Die Münze wird viermal nacheinander geworfen.

**Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Karina dann mehr Bonbons hat als Zlatan? Begründet eure Antwort.**



**Aufgabe 12**  
7 Punkte

## Fakultät!



**Auf wie viele Nullen endet das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis 200? Erklärt eure Antwort.**

Dieses Produkt wird  $200!$  geschrieben. Man liest: „200 Fakultät“.

**Aufgabe 13**  
10 Punkte

## Bauplatz gesucht!

Mehdi möchte in einer begehrten Neubausiedlung ein Grundstück erwerben. Alle Grundstücke in dieser Siedlung sind rechteckig. Zum Verkauf stehen nur noch die Grundstücke 1, 2 und 3. Mehdi wünscht sich ein Grundstück, das mindestens  $500 \text{ m}^2$  groß ist.

**Gibt es in der Siedlung noch ein passendes Grundstück für Mehdi? Begründet eure Antwort.**

