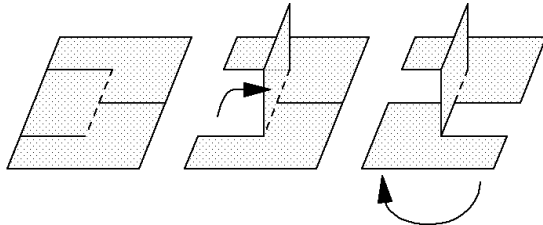


Elementi di soluzione per la correzione della prova 24 Febbraio 2005

Esercizio 1: Cambiate posto!

Pierre immagina una scacchiera di 13 quadrati neri e 12 quadrati bianchi. Seguendo l'indicazione del professore, ogni alunno dovrà recarsi a un banco di colore differente da quello che occupa. Non ci sono abbastanza banchi per accogliere i 13 alunni che occupano banchi neri. Lo spostamento è quindi impossibile.

Esercizio 2: L'arte della carta



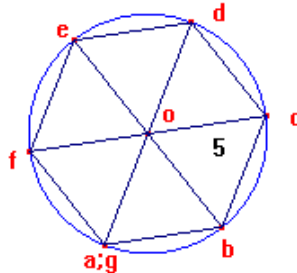
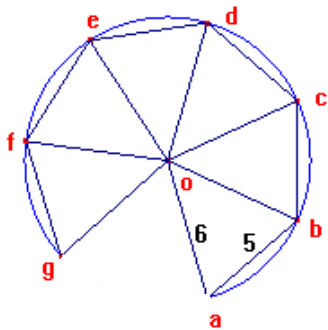
Esercizio 4: I dadi di Dodo

Ecco una possibile soluzione:

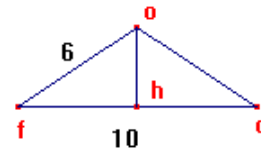


Esercizio 3: Ombrelli in piega

Modello dell'ombrellino



Visione dall'alto dell'ombrellino



L'ombrellino, visto dall'alto, è un esagono regolare di 5cm di lato.

Una vista frontale dell'ombrellino, supponendo che l'esagono appoggi su un piano orizzontale, mette in evidenza che l'altezza della piramide è l'altezza di un triangolo isoscele i cui lati uguali misurano 6cm e la base 10cm. L'altezza è $\sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11} = 3,3\dots\text{cm}$

Esercizio 5: Ripieno

Dalle figure si ricava :

$$T2 = O1 + 4 T1 \text{ e } O2 = 6 O1 + 8 T1$$

Per duplicazione risulta:

$$T4 = O2 + 4 T2 = 6 O1 + 8 T1 + 4(O1 + 4 T1) \text{ e}$$

$$O4 = 6 O2 + 8 T2 = 6(6 O1 + 8 T1) + 8(O1 + 4 T1)$$

$$\text{Da cui } T4 = 10 O1 + 24 T1$$

$$\text{e } O4 = 44 O1 + 80 T1$$

(E' l'unica soluzione. Non si richiede di dimostrarne l'unicità)

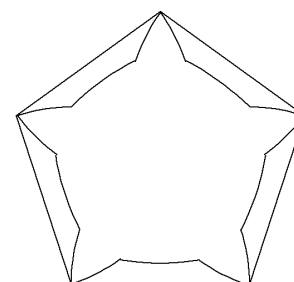
Esercizio 6 : Contacifre

Il quadro mostra :



Esercizio 7: Ballata del quadrato

La traiettoria di A è costituita di archi di circonferenze.



Esercizio 8: Attenti alle uova!

N deve essere multiplo di 7 e N+1 deve essere multiplo di 60. Il più piccolo numero intero positivo che soddisfa le due condizioni è **119**

Esercizio 9: Saloonpoker

Dopo aver mescolato una volta le carte si ha :

1.17. 2. 18. 3. 19. 4. 20. 5. 21. 6. 22. 7. 23. 8. 24.

9. 25. 10. 26. 11. 27. 12. 28. 13. 29. 14. 30. 15. 31. 16. 32

Dopo aver mescolato due volte le carte :

1.9. 17. 25. 2. 10. 18. 26. 3. 11. 19. 27. 4. 12. 20. 28.

5. 13. 21. 29. 6. 14. 22. 30. 7. 15. 23. 31. 8. 16. 24. 32

Dopo aver mescolato tre volte le carte :

1.5. 9. 13. 17. 21. 25. 29. 2. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32

Dopo aver mescolato quattro volte le carte:

1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31.

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20. 22. 24. 26. 28. 30. 32

E come per caso dopo aver mescolato cinque volte le carte, queste risultano così disposte:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32.

Esercizio 10: S-bilanciati

(P+F = I+J & P+J > F+I): addizionando membro a

membro, si ha : $2P + J + F > 2I + J + F$, quindi **P > I**

Analogamente, (I+J = P+F & P+J > F+I) dà: **J > F**

(I+J = P+F & J+F > P+I) dà: **J > P**

(P+F = I+J & J+F > P+I) dà: **F > I**

infine, (J+F > I+P & P+J > F+I) dà: **J > I**

Dunque **Jean è il più pesante e Igor il più leggero.**

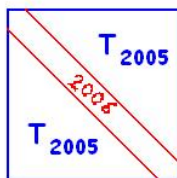
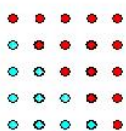
Ma i pesi di Franck e di Paul non sono distinguibili. Per dimostrarlo, si possono

presentare due esempi contraddittori:

Se **J=70 , P=66 , F=64 e I=60** ,

l'uguaglianza e le disuguaglianze del testo sono verificate, ma lo sono anche se

J=70 , P=64 , F=66 e I=60.



Esercizio 11: Due triangoli per un quadrato

Chiamiamo T_n il triangolo d'ordine n e C_n il quadrato d'ordine n. t_n l'ennesimo numero triangolare.

Si può unire T_n et T_{n+1} per formare C_{n+1}

(la figura mostra l'unione de T_4 et T_5)

da cui : $t_n + t_{n+1} = (n+1)^2$

Così $t_{2005} + t_{2006} = 2006^2$

Si osserva che $t_{2006} = t_{2005} + 2006$,

risulta : $2 t_{2005} + 2005 = 2006^2$

Allora $t_{2005} = (2006^2 - 2005) / 2 = 2006 \times 2005 / 2$

Infine: **$t_{2005} = 2\ 011\ 015$**

L'ennesimo numero triangolare, in quanto somma di n termini in progressione aritmetica di ragione

1, è esprimibile con la formula $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ per cui il 2005° numero è $\frac{2005 \cdot 2006}{2} = 2011015$

Esercizio 12: In bicicletta

Prima di incontrare Carlo, Paola pedala t_1 ore alla velocità media di 24km/h ; ha quindi percorso $24t_1$ km. Insieme a Carlo pedala ancora per 27 km (in 1h). Applicando la formula $s = vt$ a tutto il suo percorso, si ottiene : $25(t_1 + 1) = 24t_1 + 27$, cioè: $t_1 = 2$.

In totale Paola ha percorso $(2+1) \times 25 =$ **75km.**

Analogamente, prima di incontrare Paola, Carlo pedala t_2 ore alla velocità media di 30km/h ; ha quindi percorso $30t_2$ km. Insieme a Paola pedala ancora per 27 km (in 1h).

Si ottiene : $29(t_2 + 1) = 30 t_2 + 27$, c'est-à-dire : $t_2 = 2$.

In totale Carlo ha percorso : $(2+1) \times 29 =$ **87km.**

Esercizio 13: Ottonodo

Lunghezza minima = $8 \cdot 4 + (4\sqrt{2}) \cdot 3 = 48,92$ (in cm)

Larghezza = $2\sqrt{2}$