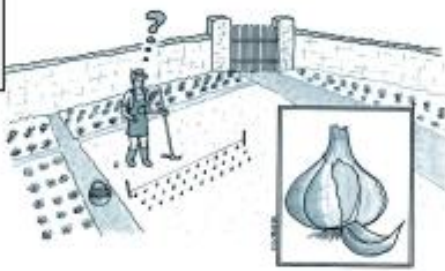


EXERCICE	5 POINTS	AÏE-AÏE-AÏL !	<p>Richard utilise chaque année trente têtes d'ail entières pour sa cuisine.</p> <p>Une tête d'ail est constituée de six gousses.</p> <p>Chaque gousse plantée à l'automne produit une nouvelle tête d'ail à l'été suivant. Il n'utilise que ses propres gousses pour replanter à la saison suivante.</p>
11			<p>Combien de gousses devra planter Richard pour obtenir à la prochaine récolte un nombre de têtes suffisant à sa consommation et au maintien de sa production pour la prochaine récolte ?</p> <p>Décrire votre raisonnement.</p>

Le contexte de l'exercice est le maraichage et la récolte de l'ail. La question porte sur la quantité d'ail à planter afin d'assurer un renouvellement annuel de la plantation, sachant qu'un prélèvement fixe est effectué chaque année.

Le premier enjeu de l'exercice est la compréhension de l'énoncé. Sa résolution offre différentes possibilités : mise en équation, schémas, essai-erreur, raisonnement logico-déductif.

Les compétences en jeu sont : raisonner (voire modéliser), calculer et communiquer.

2. Impression globale

L'exercice a été beaucoup traité et les notes sont scindées en deux groupes : les groupes qui ont compris l'exercice ont tous de bonnes notes, les autres de mauvaises notes, mais il n'y a pas beaucoup d'entre-deux.

La formulation ambiguë de la question (« Prochaine récolte uniquement » vs. « Maintien perpétuel de la production ») est déterminante. Avec cette formulation, la réponse « 35 gousses » est correcte, bien qu'elle ne permette que la récolte suivante mais pas un cycle pérenne.

De façon similaire, toute réponse supérieure ou égale à 36 gousses permet d'assurer un cycle infini de récolte, mais avec un excédent de production.

Il est nécessaire de reformuler la question afin d'éviter ces ambiguïtés.

Avec cette formulation, l'obtention d'une réponse correcte est plutôt facile. La difficulté réside alors dans la rédaction de la réponse.

3. Barème réellement appliqué

- Si une réponse correcte est apportée (≥ 35 gousses avec cette formulation), la note minimale est 2,5, avec une gradation jusqu'à 5/5 en fonction de la qualité rédactionnelle.
- Les réponses fausses (< 35 gousses) sont notées entre 0 et 1 en fonction de la rédaction et de l'erreur si elle est analysable.

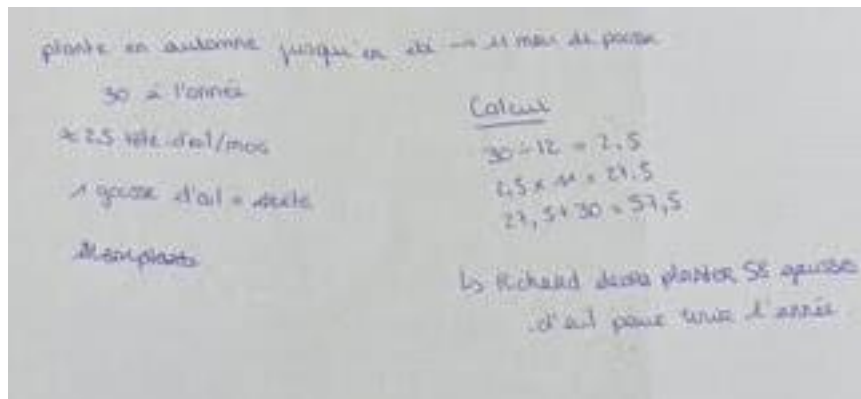
4. Les différents types de raisonnements rencontrés

- On rencontre finalement très peu de mise en équation avec résolution.
- Le raisonnement logico-déductif est très majoritaire, accompagné ou non de schémas sous forme d'arbres sur lesquels sont appuyés les raisonnements.
- Dans les meilleures copies, on retrouve une disjonction de cas entre le nombre de gousses nécessaires pour la récolte suivante (35) et le nombre nécessaire pour la perpétuation de la récolte (36).

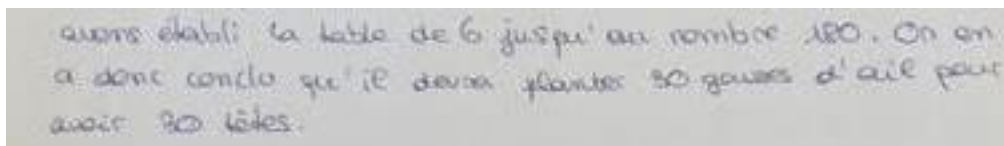
5. Les erreurs les plus fréquentes

- Les réponses suivantes se retrouvent dans beaucoup de copies, elles sont toutes liées à une mauvaise compréhension de l'énoncé :
 - 30 gousses : pas de considération du renouvellement.
 - 60 gousses : soit une production pour 2 années directement, soit pas de renouvellement entre les deux années.
 - 10 ou 6 gousses : problème de vocabulaire entre gousses et têtes ou problème de dénombrement de chacun.
 - 1060, 1080 gousses : utilisation de puissances ?
- On retrouve aussi des problèmes de compréhension de la signification de l'énoncé :
 - Confusion entre « 1 gousse donne 1 tête » et « 1 tête compte 6 gousses ».
 - Quelques copies évoquent les saisons ou les mois de l'année et multiplient de fait par 4 ou 12.
- Au niveau rédactionnel, une mauvaise utilisation du signe « = » est assez fréquente.
- Quand la bonne réponse est donnée, les groupes expliquent bien en quoi la réponse est bonne mais ne donnent pas d'explication sur la démarche de recherche.

Extrait de copie où la donnée des saisons prête à confusion



Extrait de copie où les élèves ne prennent pas en compte le besoin de production



6. Copies remarquables

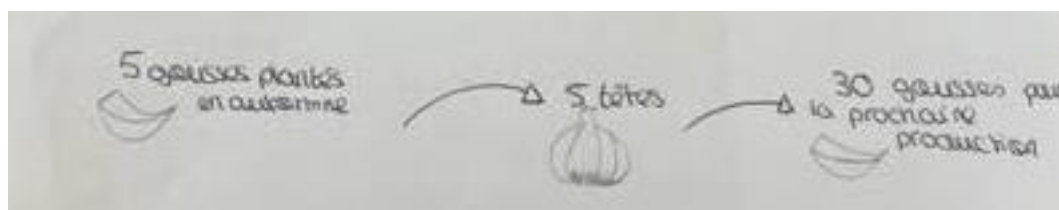
Copie modèle pour l'autosuffisance perpétuelle

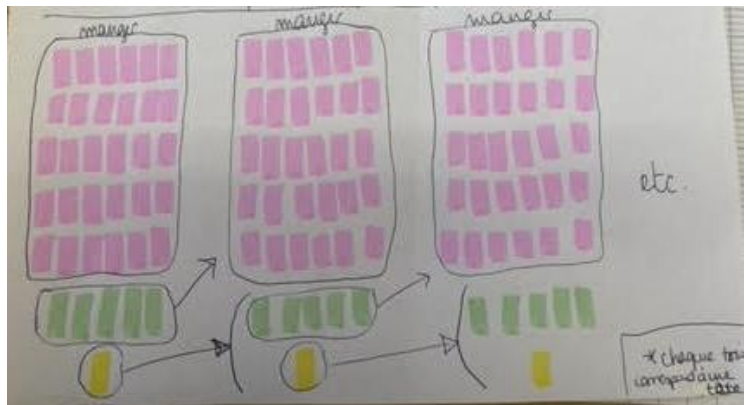
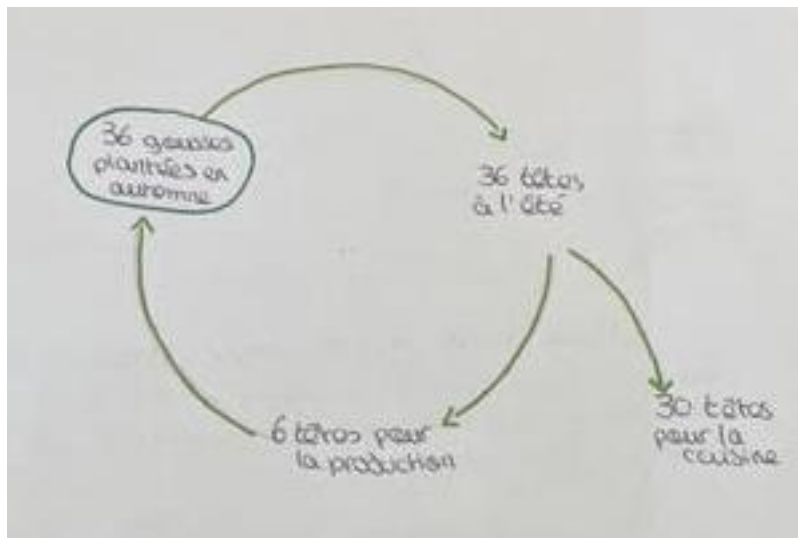
Le premier automne, Richard avait une tête d'ail. Il planta donc les 6 gousses d'ail. A l'été, il put récolter 6 têtes.
Au record automne il put donc planter 36 gousses d'ail, qui se transformèrent en 36 têtes d'ail que Richard récolta au record été. Il pensa alors avoir les 30 têtes d'ail et quand vint le printemps, il n'eut plus qu'à replanter les 36 gousses d'ail provenant de ces 6 gousses d'ail restantes.
- Il aura donc 2 ans et demi à Richard pour être autosuffisant en gousses d'ail.

Copie modèle pour la consommation et le maintien de la production pour une seule récolte

Richard a besoin de 30 têtes chaque année pour sa cuisine.
1 tête est constituée de 6 gousses. 1 gousse produit 1 nouvelle tête. Combien de gousses devra planter Richard pour récolter un nombre de têtes suffisant à sa consommation et au maintien de sa production pour sa prochaine récolte.
1) Calcul du nombre de gousses nécessaires pour sa consommation
1 gousse plantée \rightarrow 1 tête pour récolter 30 têtes il plantera 30 gousses
2) Calcul du nombre de gousses nécessaires pour le maintien de sa production pour sa prochaine récolte
A la fin de sa récolte il aura besoin de 30 gousses
On 30 gousses = 5 têtes (puisque 6 gousses = 1 tête et $30 : 6 = 5$)
Il doit donc planter 5 gousses pour avoir 5 têtes.
3) Calcul nb gousses pour le maintien & consommation
 $30 + 5 = 35$ gousses
Il devra planter 35 gousses pour le maintien et la consommation

Extraits de copie qui utilisent une modélisation en schéma





Extraits de copie avec mise en équation à deux variables et disjonction des cas selon la compréhension de l'énoncé

Il y a 2 possibilités :

1- Si on veut avoir assez d'ail pour seulement la récolte prochaine :

tête d'ail - ● besoin :
 gousses d'ail - Δ 30 ● pour la cuisine
 ? Δ à planter

planter :

$30 \Delta = 30 \bullet$ - pour la cuisine prochaine
 $+ 5 \Delta$ - pour maintenir la production pour la récolte prochaine

$5 \Delta = 5 \bullet$
 $5 \bullet = \underline{30 \Delta}$

On peut planter ces 30 gousses et on obtient 30 têtes pour la cuisine.

2- Si on veut maintenir la cuisine et la production pour toutes les années prochaines :

besoin :
 30 ● pour la cuisine
 ? Δ à planter

planter :

$30 \Delta = 30 \bullet$ - pour la cuisine prochaine
 $+ 6 \Delta$ - pour maintenir la production

$6 \Delta = 6 \bullet$
 $6 \bullet = \underline{36 \Delta}$

Extrait de copie avec mise en équation à une variable

$$6x = 180 + x$$

↑ ↑ ↑
la production la consommation le nombre de
(en 1 an une gousse personnelle gousses à planter
en donne 6)

Extrait de copie qui utilise la résolution grâce aux tableaux de proportionnalité

Richard a besoin de 30 gousses d'ail pour sa prochaine récolte.

nombre de têtes d'ail	1	x
nombre de gousses d'ail	6	30

$x = \frac{30 \times 1}{6} = \frac{30}{6} = 5$

Richard a besoin de 5 têtes d'ail.

Extrait de copie qui souligne les deux possibilités selon la compréhension de l'énoncé

plus à planter cet automne. Il est important de noter que la gousse restante l'année suivante sera utilisée pour le même effet dans 3 ans et ainsi de suite...

$30 + 5 + 1 = 36$

7. Difficultés éventuelles lors de la correction

L'ambiguïté de l'énoncé est la principale source de problème lors de la correction. Le barème a dû être tranché pour l'ensemble des correcteurs.

La ventilation des notes pour les résultats corrects est obtenue en fonction de la qualité de la rédaction, ce qui laisse certainement une part d'objectivité.

8. Mots clés

Mots clés en lien avec le thème : Equation, raisonnement
Mots clés en lien avec les compétences : Chercher, raisonner, communiquer, modéliser, (calculer)
Mots clés en lien avec les principaux éléments mathématiques travaillés : équations, stratégie, calcul littéral, résolution de problèmes, sens des opérations, raisonnement
Mots clés en lien avec les capacités : <ul style="list-style-type: none"> - Effectuer des calculs et des comparaisons pour résoudre des problèmes, - Mettre un problème en équation, - Résoudre algébriquement une équation, - Extraire d'un document les informations utiles, les reformuler, les organiser, - Décomposer un problème en sous-problèmes, - Traduire en langage mathématique une situation réelle, - Justifier sa démarche en s'appuyant sur des résultats établis et en argumentant, - Calculer en utilisant le langage algébrique, - Expliquer sa démarche, son raisonnement, un calcul
Mots clés en lien avec les tâches de l'élève : Raisonnement logico-déductif, rédaction, justification, explicitation, traduction de données, modéliser, essai-erreur, tâtonnements, méthode de fausse position, calcul, coopérer, travailler ensemble

9. Remarque générale et autres commentaires des correcteurs

La mise en équation, qui est la méthode de résolution experte, est finalement peu utilisée, le raisonnement logico-déductif semble plus facile pour les élèves et permet de répondre à la question.

Ceci pousse à sortir cet exercice de la catégorie « mise en équation » car la nécessité de cette méthode n'est pas évidente pour les élèves.

Face au problème d'ambiguïté de l'énoncé, nous proposons une reformulation de la question :

« Combien de gousses devra planter Richard pour obtenir à chaque récolte un nombre de têtes suffisant à sa consommation et au maintien de sa production pour les récoltes suivantes ? »

D'autres possibilités d'exploitation de l'exercice :

- Reformuler les exercices avec un tableur en classe (surtout Pro) -> manière de faire calculs exhaustifs
- Reformuler + créer un algorithmique sur python -> Reformuler deux questions, dire quoi écrire comme programme (travailler la notion de boucle et de variable)
- Objectifs attendus non réalisés directement, reste de division euclidienne, mise en équation peu, essai-erreur peu présent sur les copies (peut-être sur le brouillon ?)

Schématiser pour expliquer le vocabulaire (gousses/têtes) -> est-ce que ça fait partie des difficultés souhaitées ou non ? Objectifs ou non de l'exercice ?